

УДК 372.853

От алгебраических операций к физическому смыслу: методика интерпретации формул в обучении физике

Василий Серафимович Знаменский, Рафаэль Ниязов

Муниципальный колледж района Манхэттен, Городской университет Нью-Йорка
199 Chambers St., New York, NY 10007, USA

E-mail: vznamenskiy@bmcc.cuny.edu, rniyazov@bmcc.cuny.edu

В работе рассматривается методический приём обучения физике, основанный на интерпретации абстрактных математических выражений в физическом контексте. Студентам предлагается конструировать физические задачи, для которых заданное математическое выражение может рассматриваться как решение. В работе приводятся примеры, в которых исходными выражениями выступают простейшие математические бинарные операции. Предполагается, что данный подход может способствовать формированию навыков содержательного анализа формул, укреплению связи между математическим аппаратом и физическими представлениями, а также развитию физической интуиции.

Ключевые слова: обучение физике; физический смысл формул; интерпретация математических выражений; физическая интуиция; физико-математическая интеграция; методика преподавания физики; бинарные алгебраические операции; формирование понятий.

DOI: 10.54965/1609-3143-2025-31-4-127-133

Введение

В современном образовании, особенно в области естественно-научных дисциплин, всё большую значимость приобретает задача формирования у студентов не только знаний о конкретных фактах и законах, но и глубокого понимания фундаментальных принципов, а также междисциплинарных взаимосвязей. Особую роль в этом процессе играет интеграция физики и математики. Вместе с тем исследования в области физического образования показывают, что студенты нередко испытывают значительные затруднения при осмыслении этой взаимосвязи. В частности, они могут успешно справляться с решением математических задач, однако оказываются неспособными интерпретировать полученные результаты в категориях физической реальности и выявлять физический смысл используемых математических конструкций.

Под «физическим смыслом» математического выражения в данном контексте понимается осознание того, каким образом каждая его составляющая (переменные, константы, математические операции, функциональные зависимости) соотносится с определёнными физическими величинами, свойствами, процессами или явлениями. Освоение такого уровня интерпретации представляет собой сложный когнитивный

процесс, предполагающий активное взаимодействие абстрактного математического аппарата и конкретного физического содержания. Практика показывает, что именно на этом этапе студенты сталкиваются с наиболее существенными трудностями. Следовательно, основная педагогическая цель заключается не в механическом усвоении формул, а в развитии способности студентов глубоко понимать сущность физических явлений.

Традиционный метод обучения предполагает, что студент, исходя из словесного описания задачи, подбирает соответствующие математические формулы, осмысливает их физическое содержание и, используя их, получает решение. Однако подобный подход нередко приводит к формированию ограниченного набора алгоритмов, которые усваиваются механически и воспроизводятся без осознания их содержательных оснований. Для преодоления этого ограничения целесообразно расширять спектр типов учебных задач, обеспечивая разнообразие когнитивной нагрузки и стимулируя развитие физического мышления.

В настоящей работе предлагается один из таких альтернативных подходов. Его суть заключается в том, что студенту в качестве исходного материала предоставляется абстрактная математическая формула, не содержащая символов, традиционно ассоциируемых с физическими величинами. Задача студента – сконструировать физическую ситуацию или задачу, для решения которой данное выражение могло бы служить адекватной моделью, а сама формула становилась бы решением при замене абстрактных переменных на соответствующие физические величины.

В зависимости от целей конкретного урока студенту можно задавать рамки, определяющие область физики, к которой должна относиться придуманная задача. Эти рамки могут быть как широкими, например «механика» в целом, так и узкими, например конкретная лабораторная работа.

Подобный тип упражнений способствует активизации процессов интерпретации и формированию у студентов устойчивой способности устанавливать связь между математической структурой и физическим содержанием.

Таким образом, предлагаемая методика преподавания физики ориентирована не только на ознакомление студентов с готовыми формулами и законами, но и на развитие умения самостоятельно выявлять физический смысл математических выражений. Особую ценность в этом отношении представляют простейшие бинарные алгебраические операции, лежащие в основе подавляющего большинства физических уравнений. Их интерпретация позволяет проследить, каким образом абстрактные символы и действия отражают реальные процессы и явления. Предлагаемое упражнение направлено на развитие навыков перехода от формальной записи к содержательной физической трактовке. Это, в свою очередь, способствует укреплению связей между математическим аппаратом и физической интуицией, что является необходимым условием полноценного усвоения курса общей физики.

Методика и примеры интерпретаций

Ниже приведены математические выражения – бинарные алгебраические операции над двумя переменными. Переменные могут быть как с индексами, так и без них. Предлагается следующее упражнение для развития физической интуиции: придумать, какую физическую задачу могут описывать данные математические выражения, то есть подобрать к формуле её физическую интерпретацию. Для этого необходимо «перевести» каждую переменную на язык физики и дать ей соответствующее название.

Если индексы совпадают или отсутствуют, то речь идёт об одном и том же объекте или процессе. Разные индексы указывают на разные объекты или процессы. Разные буквы обозначают физические величины различной природы (например, разной размерности), хотя разная природа не всегда должна пониматься только как разная размерность. Одинаковые буквы, напротив, соответствуют физическим величинам одной и той же природы, включая их размерность.

Примеры физических интерпретаций, приведённые ниже, иллюстрируют, как работает данный подход. Возможных интерпретаций может быть несколько, или даже очень много, что позволяет каждому студенту находить собственные варианты.

Сложение физических величин в некотором смысле разной физической природы $a + b$

Интерпретация: Объект сначала двигался в северном направлении и прошёл расстояние a , затем двигался в восточном направлении и прошёл расстояние b . Требуется определить длину пройденного пути.

В данном примере различие природы переменных, обозначенных буквами a и b , определяется не их размерностью (оба отрезка имеют размерность длины), а направлением в пространстве. Расстояние a отложено вдоль оси «север – юг», а расстояние b – вдоль оси «восток – запад». Таким образом, несмотря на одинаковую размерность (оба значения измеряются в метрах и характеризуют путь), они принадлежат различным направлениям координатной системы.

При этом для определения длины пройденного пути, понимаемой как длина траектории движения, достаточно сложить отрезки: $s = a + b$.

Если же потребуется найти расстояние между начальной и конечной точками, то будет использоваться другая формула, которая уже не относится к простейшим бинарным алгебраическим операциям. Для формирования у студентов навыков критического мышления предлагается рассмотреть следующую задачу: объект сначала переместился на расстояние a в северном направлении, а затем продолжал движение в течение b секунд в восточном направлении. Определить полный путь, пройденный объектом.

Сложение физических величин одинаковой физической природы разных объектов или процессов $a_1 + a_2$

Масса первого объекта m_1 , второго m_2 . Какую массу покажут весы, если эти объекты положить на чашку весов вместе? $m_1 + m_2$

Вычитание физических величин в некотором смысле разной физической природы $a - b$

Некий объект прошёл расстояние «а» в северном направлении, а затем расстояние «b» в южном направлении. Найти результирующее перемещение объекта в северном направлении.

Вычитание физических величин одинаковой физической природы разных объектов или процессов $a_1 - a_2$

Пусть «а» это модуль скорости «v». Произведём в формуле замену переменной «а» на «v»: $v_1 - v_2$. *Задача:* Пассажир идёт внутри вагона поезда в направлении обратном движению. Модуль скорости поезда: v_1 . Модуль скорости пассажира относительно вагона: v_2 . Найти модуль скорости пассажира относительно полотна железной дороги.

Произведение физических величин разной физической природы $a \times b$

Запишем формулу как $v \times t$, где v – это постоянная скорость, а t – это время движения с этой скоростью v . Найти длину пути, пройденного за время t со скоростью v .

Произведение физических величин одинаковой физической природы разных объектов или процессов $a_1 \times a_2$

a_1 и a_2 – физические величины одинаковой природы, принадлежащие двум разным объектам или процессам, в результате решения физической задачи перемножаются. Сформулировать условие такой задачи. Пусть имеются два параллельных проводника с током и рассматривается сила взаимодействия этих проводников. Если a_1 – коэффициент изменения силы тока в первом проводнике, а a_2 – коэффициент изменения силы тока во втором проводнике, то коэффициент изменения силы взаимодействия проводников равен $a_1 \times a_2$.

Отношение (деление) физических величин разной физической природы a / b

Запишем формулу как d / t , где d – это длина пути, пройденная за время t . Формула определяет среднюю скорость.

Отношение (деление) физических величин одинаковой физической природы разных объектов или процессов a_1 / a_2

Пусть переменные «а» имеют физический смысл объёма v сосудов: большого v_1 и малого v_2 . Формула определяет, сколько сосудов малого объёма потребуется, чтобы перелить в них жидкость из полностью заполненного жидкостью большого сосуда.

Возведение в степень с переменными основанием и показателем a^b

Задача: Если конденсатор с Начальным зарядом Q_0 , разряжаясь через сопротивление, за время τ разрядился до значения $k(\tau) Q_0$, то какое отношение заряда к начальному заряду $k(t)=Q(t) / Q_0$ будет достигнуто через время t с начала разрядки?

Ответ: $k(t)=k(\tau)^{t/\tau}$. Таким образом $a = k(\tau)$, $b = t / \tau$.

Заключение

Анализ бинарных алгебраических операций свидетельствует о том, что за их предельно простыми формальными структурами могут скрываться многозначные и содержательные физические интерпретации. Каждая из таких интерпретаций раскрывает определённый аспект взаимодействия физических величин, что способствует более глубокому пониманию сущности фундаментальных законов природы. Практика сопоставления алгебраических действий с конкретными физическими ситуациями позволяет формировать у студентов не только алгоритмические навыки решения типовых задач, но и развивать более широкий когнитивный инструментарий, включающий способности к абстрагированию, моделированию, сопоставлению различных подходов и критическому осмыслению изучаемого материала.

Включение подобных упражнений в образовательный процесс может рассматриваться как эффективный методологический приём, способствующий формированию целостного физико-математического мировоззрения. Такой подход не только укрепляет взаимосвязь между математическим аппаратом и физическим содержанием, но и создаёт условия для развития у студентов метапредметных компетенций, необходимых для успешного освоения естественно-научных дисциплин.

Литература

1. Элементы когнитивной модели решения физических задач: эпистемические игры. (Англ.) Jonathan Tuminaro and Edward F. Redish. Phys. Rev. St. Phys. Educ. Res. 3, 020101 2007. DOI: 10.1103/PhysRevSTPER.3.020101
2. Анализ решения задач с использованием математики в физике: эпистемологическое обоснование посредством аргументов. (Англ.) Bing, Thomas J.; Redish, Edward F. Physical Review Special Topics. Physics education research, 2009-12, Vol. 5 (2), p.020108, Article 020108. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevstper.5.020108>
3. *Rodriguez, J.M.G., Bain, K. & Towns, M.H.* Graphical Forms: Адаптация символических форм Шерина для анализа графического мышления в различных дисциплинах (англ.). Int J of Sci and Math Educ 18, 1547–1563 (2020). <https://doi-org.bmcc.ezproxy.cuny.edu/10.1007/s10763-019-10025-0>.

4. Математический подход к осмыслению квантовой механики: первоначальный взгляд. (англ.) Benjamin W. Dreyfus, Andrew Elby, Ayush Gupta, and Erin Ronayne Soh. Phys. Rev. Phys. Educ. Res. 13, 020141 – Published 28 December 2017. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020141>.

From Algebraic Operations to Physical Meaning: A Methodology for Interpreting Formulas in Physics Education

Vasiliy Serafimovich Znamenskiy, Rafael Niyazov

*Borough of Manhattan Community College, City University of New York,
199 Chambers St., New York, NY 10007, USA
E-mail: vznamenskiy@bmcc.cuny.edu, rniyazov@bmcc.cuny.edu*

Received September 2, 2025

PACS 01.55.+01.40.gb

This paper explores a methodological approach to teaching physics by interpreting abstract mathematical expressions within a physical context. Students are encouraged to construct physical problems for which a given mathematical expression can be regarded as the solution. Examples are presented in which the initial expressions consist of simple binary algebraic operations. This approach may contribute to the development of skills in meaningful formula analysis, strengthening the connection between mathematical formalism and physical concepts, and fostering the development of physical intuition.

Keywords: physics education; physical meaning of formulas; interpretation of mathematical expressions; physical intuition; integration of physics and mathematics; physics teaching methodology; binary algebraic operations; concept formation.

References

1. Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. Jonathan Tuminaro and Edward F. Redish. *Phys. Rev. St. Phys. Educ. Res.* 3, 020101 2007. DOI: 10.1103/PhysRevSTPER.3.020101.
2. Analyzing problem solving using math in physics: Epistemological framing via warrants. Bing, Thomas J.; Redish, Edward F. *Physical Review Special Topics. Physics education research*, 2009-12, Vol. 5 (2), p.020108, Article 020108. DOI: <https://doi.org/10.1103/physrevstper.5.020108>.
3. *Rodriguez, J.M.G., Bain, K., & Towns, M.H.* Graphical Forms: The Adaptation of Sherin's Symbolic Forms for the Analysis of Graphical Reasoning Across Disciplines. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 1547–1563 (2020). <https://doi-org.bmcc.ezproxy.cuny.edu/10.1007/s10763-019-10025-0>.
4. Mathematical sense-making in quantum mechanics: An initial peek. Benjamin W. Dreyfus, Andrew Elby, Ayush Gupta, and Erin Ronayne Soh. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.* 13, 020141 – Published 28 December 2017. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.13.020141>.