УДК 53.02; 53.081

От размерностей физических величин к фундаментальным постоянным

Виктор Анатольевич Митрофанов

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000 Россия, г. Ярославль, ул. Советская, 14; e-mail: v.mitrofanov@uniyar.ac.ru

Рассматриваются общие вопросы метрологии применительно к механике и электромагнетизму. Производится ретроспективный анализ постановки ряда ключевых экспериментов. Раскрывается их физическое содержание и значение для фундаментальной науки.
Ключевые слова: размерности и единицы измерения, законы механики и электромагнетизма, принципиальные способы измерения, измерительные приборы, ключевые эксперименты.
DOI: 10.54965/1609-3143-2025-31-4-44-57

Опыт – это единственное доказательство,
которое убедительно для всех и до конца.
П.Л. Капица, 1950

1. Вводная часть

Обратиться к заявленным вопросам побудило автора неуважительное отношение значительной части студентов к размерностям (единицам измерения) физических величин, которые зачастую воспринимаются ими как «бесплатное» приложение. Пользуясь, как правило, только одной системой СИ, они не утруждают себя выводом итоговой размерности сообразно алгебраическим связям величин, а подставляют её в конечный результат формально. Более того, они и знать ничего не хотят о других системах единиц измерения кроме СИ. Им непременно надо перевести размеры миллиметрового объекта в метры, а его массу, измеряемую миллиграммами, в килограммы **потому**, что их **так учили** в школе.

Но сказанное всего лишь мотив к заявленной теме. Настоящая причина – в желании автора показать, как столь скучный вопрос может подвести к фундаментальным открытиям в физике. Ведь помимо утилитарного значения размерности завязаны на законы природы и являются неотъемлемой составляющей самого физического знания.

Разрабатывая данную тему, автор не нашёл в учебной литературе достаточного объяснения тех оснований, на которых базируется настоящее применение нескольких систем единиц измерения электромагнитных величин. А поскольку эти основания уходят корнями в историю науки и ключевые эксперименты выдающихся физиков, автор предпринял попытку их реконструкции, тем более, что в учебной литературе они лишь упоминаются, а в научно-популярной описываются без должной для понимания детализации, порой в искажённом виде.

Восполняя данный пробел образовательного процесса, автор провёл своё историческое исследование, сопроводив полученные из литературы сведения необходимыми математическими выкладками.

2. Размерности и единицы измерения

Следует сказать, что употребление автором термина «размерность», как синонима «единицы измерения», вполне допустимый жаргон (см. п. 4 §87 в [1]). Но в науке бытует строгое определение понятия размерности как обезличенного математического выражения единицы измерения производной физической величины в виде произведения обезличенных же основных (базовых) единиц принятой системы, возведённых в ту или иную степень (см. гл. XI в [1]). Термин «производная» употребляется здесь и далее в смысле произведённая (выведенная), но не в результате дифференцирования, а иначе.

Поскольку в механике достаточно трёх базовых единиц измерения, например, длины, массы и времени, обозначаемых большими латинскими буквами L, M, T, связь единицы измерения производной величины x с единицами измерения базовых величин выражается формулой

$$[x] = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} ,$$

где α, β, γ – рациональные числа. Оперируя ей, мы абстрагируемся от конкретных единиц измерения L, M, T, не фиксируем их масштабы, но сразу видим по данной формуле, как скажутся их изменения на единице измерения величины x.

Понятия «размерность» и «единица измерения» тесно связаны, но не идентичны. Единицы измерения могут устанавливаться совсем произвольно и представляют собой меры (эталоны) для сравнения с ними однородных величин, т.е. величин той же природы. Сначала они назначались соразмерно повседневному быту и практической деятельности человека. Например, национальные (английские и русские) единицы длины такие, как *дюйм* и *вершок*, *фут* и *аршин*, *миля* и *верста*. Или единицы массы: *унция* и *золотник*, *квартет* и *пуд*,… и тому подобное.

По мере развития физической науки в «оборот» вовлекалось всё бóльшее количество разнородных величин, и обнаруживались различные связи между ними: математически выражаемые закономерности. В них приходилось вводить числовые коэффициенты, зависящие от произвольно выбранных единиц измерения, что было крайне неудобно. Возникла потребность приведения единиц измерения в систему.

Вот тогда и разделили все единицы измерения на немногие основные и множество производных, которые выводились из определяющих формул или из уравнений, выражающих физические законы, положенные в основу той или иной системы единиц. В итоге количество упомянутых коэффициентов сводилось к минимуму.

Помимо этого, для соразмерности параметрам наблюдаемых явлений единицы измерения стали масштабировать с помощью унифицированных приставок к их названиям, таких как *к* – 10^3, *М* – 10^6, *Г* – 10^9,… или *м* – 10^{-3}, *мк* – 10^{-6}, *н* – 10^{-9} и др. Соответственно им менялось числовое значение величины, но не её размерность: например, 5000 *м* = 5 *км*, 0.0002 *г* = 0.2 *мг* = 200 *мкг*.

Рассмотрим детальнее, как в механике из основных размерностей L, M, T образуются размерности производных величин, таких как скорость v и сила F согласно определяющей формуле $v = s/t$ и уравнению второго закона Ньютона $F = k \cdot m \cdot a$. Обратим внимание на то, что во второй формуле присутствует размерный коэффициент k. Он предполагает независимые способы измерения величин F, m, a в произвольно выбранных единицах, например, таких непривычных, как *килограмм-сила*, *фунт* и *аршин/с*^{2}. Учитывая соотношения *кгс* = 9.8 *Н*, *фунт* = 0.4536 *кг*, *аршин* = 0.7112 *м*, в качестве упражнения, покажите, что в предложенном случае указанный коэффициент k будет равен 0.03292 *кгс·с*^{2}/(*фунт·аршин*).

Очевидно, что вводить подобный коэффициент в формулу для скорости излишне, и её размерность сразу связывают с размерностями L, T. Опуская коэффициент k (т.е. полагая $k = 1$) в общепринятой форме закона Ньютона $F = m \cdot a$, мы также предполагаем привязку единицы измерения силы к единицам измерения массы и ускорения: *Н* = *кг·м/с*^{2} или *дина* = *г·см/с*^{2}. В терминах размерностей выше сказанное имеет вид

$$[v] = LT^{-1},\ [F] = MLT^{-2}.$$

Но последняя формула ни коим образом не означает снижения статуса силы как физической величины, в принципе измеряемой независимо, но при желании вычисляемой по массе и ускорению, на чём следует задержаться.

Так, по поводу второго закона Ньютона в разделе 2.4 учебника [2] мы находим принципиально неверное суждение о «том, что не существует независимых способов определения величин m и $\boldsymbol{F}$, входящих в уравнение» второго закона Ньютона. В подтверждение данного суждения приводится пространное рассуждение Ричарда Фейнмана по поводу смысла этого закона, который хотя и предполагает, «что сила обладает независимыми свойствами в дополнение» к нему; «но характерные независимые свойства сил не описал полностью ни Ньютон, ни кто-нибудь ещё…».

Возможно, знаменитый американский учёный не читал § 11 из учебника [1], где раскрывается смысл второго закона Ньютона (как соотношения трёх независимо измеряемых величин), и такие свойства как раз указаны. Но то, что сила может быть измерена независимо, например пружинным динамометром, было хорошо известно уже во времена Гука (1635 – 1703) и Ньютона (1643 – 1727).

3. «Коллизия» законов механики

На примере второго закона Ньютона мы видели, что в соотношениях, выражающих физические законы, от коэффициента пропорциональности можно избавиться за счёт привязки размерности одной из величин к размерностям остальных величин. Но всегда ли это возможно?

Для ответа на поставленный вопрос рассмотрим совместно второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения:

$$F = k_1 \cdot m \cdot a\,, \qquad F = k_2 \frac{m_1' \cdot m_2'}{r^2}\,, \tag{1}$$

где размерные коэффициенты k_1, k_2 предполагают независимый выбор единиц измерения входящих туда величин, в том числе инертных m_1, m_2 и гравитационных m_1', m_2' масс.

Оставляя пока в стороне вопрос о принципиальных способах их измерения, заметим, что невозможно отделить инертные свойства тел от гравитационных. По факту, если у тела обнаруживаются одни из них, то и другие также себя проявляют в соответствующих явлениях таким образом, что данные массы всегда оказываются пропорциональными друг другу:

$$m_1'/m_1 = m_2'/m_2 = idem\,, \tag{2}$$

а при надлежащем выборе единиц измерения ($idem = 1$) равными.

Последнее обстоятельство позволило Д.В. Сивухину в п.1 (второй абзац) § 70 из [1] сформулировать следующее (весьма спорное) суждение:

«Пропорциональность силы гравитационного взаимодействия тел их гравитационным массам не является физическим законом. Мы так вводим понятие гравитационной массы, что указанная пропорциональность соблюдается по определению. Физический закон, установленный Ньютоном, состоит в том, что сила гравитационного взаимодействия тел пропорциональна их инертным массам. Отсюда следует, что инертная масса тела пропорциональна его гравитационной массе».

С метрологической точки зрения это неверная позиция! И она оспорена самим же Дмитрием Васильевичем в первом абзаце того же пункта, где как раз и сказано о принципиальном способе измерения гравитационных масс, однако, без уточнения его технических особенностей. (Принципиальный способ измерения инертных масс основан на законе сохранения импульса – см. раздел 2.3 в [2] и § 10 в [1]).

Вообще, бессмысленно говорить о физической величине, которую в принципе нельзя измерить! Если величина неизмерима, значит она не физическая, а умозрительная. Пропорциональность же гравитационной силы гравитационной массе принципиально проверяется на опыте, после чего данный факт можно использовать для измерения самой массы, применяя тот же закон тяготения для её сравнения с эталоном гравитационной массы.

Такой (принципиальный) опыт можно проделать с помощью **крутильных весов Кавендиша** или его последователей. Одно из тяготеющих тел можно разделить пополам, и убедиться в уменьшении силы притяжения вдвое. Очевидно, что гравитационная масса половины тела также вдвое меньше. Отсюда следует пропорциональность силы и массы. (Подобный приём применил Кулон, обосновывая пропорциональность силы взаимодействия электрических зарядов их величинам).

Далее можно взять пару одинаковых тел в качестве эталонов, положив их гравитационную массу равной единице. И расположив их на определённом расстоянии друг от друга, померить силу $F_э$ взаимного притяжения тел. Далее заменить один из эталонов на испытуемое тело и снова померить силу притяжения F. Гравитационная масса испытуемого тела во введённых единицах массы определится, очевидно, отношением $F/F_э$.

Ньютон прекрасно понимал, что материальные тела обладают и той, и другой массой, которые выражают их разные свойства. Иначе бы он не пытался в опытах с колебаниями разных (по материалам) маятников обнаружить различие гравитационной и инертной масс. Убедившись, насколько позволяла точность опытов, в их постоянной пропорциональности, он пришёл к закону эквивалентности этих масс. Положив коэффициент их пропорциональности равным единице, мы теперь говорим о равенстве (тождестве) данных масс, и выражаем их в одних и тех же единицах. Но это не отменяет самого закона эквивалентности. Мы просто привязываем гравитационную меру к инертной.

Но если мы так поступаем, то уже не можем положить равными единице оба коэффициента k_1 и k_2 в законах (1). Отдавая приоритет первому из них ($k_1 = 1$), мы оказываемся вынужденными искать размерный коэффициент k_2 из опыта. А это как раз эксперимент Кавендиша, в котором были задействованы оба свойства тел: инерционные – для нахождения модуля кручения медной нити подвески коромысла и гравитационные – для нахождения силы притяжения шаров по углу его поворота. (Анализ данных эксперимента Кавендиша представлен в задачах 3.4 – 3.8 пособия [3], и там же в Приложении описана его интрига).

Завершая обсуждение «коллизии» законов механики, зададимся вопросом: «Какой будет величина постоянной *idem* в соотношении (2), если гравитационную массу m' определять из закона всемирного тяготения при $k_2 = 1$?» Очевидно, что её размерность будет $[m'] = M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}$, а размерность постоянной $[idem] = M^{-1/2}L^{3/2}T^{-1}$. Покажите, что в этом случае $idem = \sqrt{\gamma}$, где γ – гравитационная постоянная.

4. «Коллизия» законов электричества и магнетизма

Похожая, но пожалуй более драматическая ситуация сложилась в учениях об электрических и магнитных явлениях, поначалу развивавшихся независимо друг от друга (см. подробнее [4] или [5]).

Ранее уже упоминался изящный способ, каким Кулон в 1785 г. установил пропорциональность силы F взаимодействия точечных электрических зарядов их величинам q_1 и q_2. Его закон

$$F = k_э q_1 q_2 / r^2, \tag{3}$$

где r – расстояние между ними, в системе СГСЭ пишется с коэффициентом $k_э = 1$, привязывая единицу заряда к единицам измерения силы и длины: *СГСЭ-ед. заряда* = *см·дин*$^{1/2}$. И в таком виде сам закон стали использовать для измерения величин зарядов, пользуясь крутильными весами Кулона.

Когда же в 1820 г. Ампер сформулировал свой закон взаимодействия линейных электрических токов

$$F = 2k_м I_1 I_2 l/b, \tag{4}$$

где F – сила, действующая на участки длиной l бесконечных параллельных проводов, а b – расстояние между ними, в нём также стали полагать $k_м = 1$, привязывая единицу силы тока к единице измерения механической силы: *СГСМ-ед. силы тока* = *дин*$^{1/2}$. (Ампер называл величину I интенсивностью тока, что правильнее).

Однако, непосредственное применение законов Кулона и Ампера к измерению зарядов и токов вызывает большие затруднения, и нам следует остановиться на методических и технических способах их преодоления.

В те времена **электрические заряды** получали трением (электризацией диэлектриков), передавая их металлическим шарам или обкладкам лейденской банки (прообразе конденсатора). Поначалу величину заряда оценивали по расхождению листочков золотой фольги электроскопа, поднося заряженное тело к диску (или шару) на верху стержня. Однако расхождение листочков определяется не зарядом q, а потенциалом φ (относительно земли или заземлённого основания), который к тому же зависит от присутствия рядом с диском другого проводника или заряженного тела. Чем и воспользовался Алессандро Вольта для повышения чувствительности своего электроскопа при измерении контактной разности потенциала в паре Cu – Zn (см. п.4 в §104 из [6], а также гл. 8 в [4]).

Понятно, что электроскоп (даже со шкалой) мог быть лишь индикатором, но не прибором для измерения величин q или φ. Их следовало научиться измерять независимо, по отдельности. Однако, они связаны соотношениями $q = C\cdot\varphi$ для шара и $q = C\cdot U$ для конденсатора, где U – разность потенциалов (напряжение), а C – геометрическая постоянная (ёмкость): для шара в системе СГСЭ она равна его радиусу R, для плоского воздушного конденсатора в пренебрежении краевыми эффектами $C = S/(4\pi d)$, где S – площадь его пластин, а d – зазор между ними. Данные связи (формулы) требовалось подтвердить экспериментально, опять же независимо измеряя заряд и потенциал (напряжение), причём абсолютным образом, т.е. опираясь на закон (3) в системе СГСЭ или на его следствия.

Заряд тела q можно найти, передавая известную часть его неподвижному шарику крутильных весов, по силе отталкивания от него такого же шарика на их коромысле после передачи ему половины заряда первого шарика при их соприкосновении. Принципиальной трудностью здесь является определение этой самой части, которая как-то связана с соотношением ёмкостей тела и шарика. Речь о её преодолении пойдет ниже.

Что касается измерения постоянного напряжения U, то самым удачным изобретением следует считать абсолютный электрометр Томсона (лорда Кельвина), в котором измеряется сила притяжения пластин плоского конденсатора $F_к = U^2S/(8\pi d^2)$, соединённого с источником напряжения U. Изучению данного прибора посвящена Работа 33 в практикуме [7].

Начиная с 1800 г., **электрические токи** стали получать не только от разряда лейденской банки, но и от элементов Вольта, в разомкнутом состоянии служивших источниками постоянного напряжения. Интенсивность (силу) тока объективно можно было оценивать по его химическому или тепловому действию. Но после открытия Эрстеда (1820 г.) измерительная практика пошла другим путём, и силу тока I стали оценивать по его действию на магнитную стрелку или другой ток.

Первое устройство, позволявшее Амперу измерять величины токов, базируясь на законе (4), можно увидеть на рис. 78 в книге [8], однако без какой-либо шкалы. Находить расстояние b между горизонтальными параллельными участками проволок с пущенными по ним токами I_1, I_2 можно было перпендикулярной им линейкой, а силу F – по углу отклонения подвижной рамки с током I_2 от вертикальной плоскости. Доработать данное устройство, соблюдая условие $b << l$, до полноценного прибора было возможно, но автору об этом неизвестно.

Отметим, что пропорциональность силы F величинам токов I_1 и I_2 устанавливается опытным путём (тем же приёмом Кулона). Для этого нужно проделать опыт Ампера по измерению силы F с двойным проводом и одинарным, чтобы разделить один из взаимодействующих токов надвое. Убедившись в уменьшении силы F вдвое, можно сам закон (4) использовать для измерения силы тока.

Строго научно (в условных единицах) величина тока измерялась в **опытах Ома** (1826 г.). На них стоит остановиться отдельно.

В его приборе (см. [8]) э.д.с. E создавалась не батареей Вольта, а термоэлектрическим элементом, образованным контактами медных полосок с ножками П-образной скобы из висмута, которые имели прямоугольное поперечное сечение. Полоски крепились к ножкам винтами. Одна из них погружалась в сосуд с кипящей водой, другая – в снежно-водяную смесь так, что контакты оказывались при постоянной разности температур в 100 град (а позднее и меньшей). Свободные концы полосок погружались в чашечки со ртутью, куда опускались и концы замыкающих цепь проволочных резисторов разной длины. Целью опытов было изучение зависимости электрического тока в цепи I от разности температур контактов, размеров проволочных резисторов и их материала, т.е. в установлении закона Ома: $I = E/(R+r)$, здесь R и r –сопротивления проволоки и остальной части цепи.

(Описание прибора Ома в гл. 8 из [4] несколько расходится с представленным в [8]. Но автор склонен доверять последнему источнику.)

Чувствительным детектором тока в приборе Ома служила короткая магнитная игла, подвешенная на небольшой высоте b над прямолинейным горизонтальным участком медной полоски. Первоначально параллельная полоске игла (с некоторым магнитным моментом $p_{маг}$) поворачивалась к линиям магнитной индукции $\boldsymbol{B}$, поперечно охватывающим полоску, при появлении в ней тока I. (Он возникал при замыкании цепи проволочным резистором.) Его величина измерялась по углу обратного поворота α верхнего конца подвески (расплющенная золотая нить), который возвращал иглу в прежнее (до замыкания цепи) положение. В нём упругий момент кручения нити $M_{упр} = f\cdot\alpha$ уравновешивал механический момент $M_{маг} = B\cdot p_{маг}$ действующих на иглу магнитных сил. Используя (следующее из закона Ампера) выражение $B = 2k_{м}I/b$ для индукции магнитного поля над полоской, из равенства $M_{маг} = M_{упр}$ получаем формулу

$$I = \alpha\cdot f\cdot b/(2k_{м}p_{маг}).$$

Она определяет ток в цепи в условных единицах, поскольку величины $p_{маг}$ и $k_{м}$ нам не известны. В данном случае коэффициент $k_{м}$ отличается от 1 даже в системе СГСМ по геометрической причине (полоска – не тонкий провод).

Из данного описания видно, что токи изначально измерялись по их магнитному действию на обладающие магнитным моментом тела. Детектор тока у Ома, устроенный по принципу крутильных весов, был настоящим (полноценным) электроизмерительным прибором. Его предшественник Зеебек в своих термоэлектрических опытах (1821 г.) использовал многовитковый соленоид с внутренним магнитиком, который был всего лишь детектором (обнаружителем, датчиком) эффекта. Измерительной функцией он не обладал. Неизвестно, каким был там упругий возвращающий элемент. (В современных измерителях тока – амперметрах его роль исполняют спиральные пружинки).

Однако **вернёмся к заявленному вопросу**. На каком-то этапе развития науки стало понятным, что электрические токи представляют собой движение зарядов, и при независимых способах измерения их можно связать формулой $I = k\cdot \delta q/dt$, где δq – заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за время dt, а k – зависящий от выбора единиц измерения коэффициент. Но, попробуем подставить в данную формулу, а она выражает закон сохранения электрического заряда, вышеприведённые размерности заряда и тока. Мы с удивлением обнаружим, что $[k]$ = *сек/см*. Если связать размерности заряда и тока той же формулой, но с коэффициентом $k = 1$, такого рода постоянная должна будет появиться либо в законе Кулона, либо в законе Ампера.

Подобно гравитационной постоянной γ найти её можно было только на опыте, где в одном явлении (процессе) были бы задействованы как свободный заряд q, так и ток I.

5. Эксперимент Вебера и Кольрауша

Первое успешное экспериментальное исследование по данному вопросу было выполнено Вебером и Кольраушем в 1856 г. Идея опыта состояла в том, чтобы накопленный в Лейденской банке заряд q, измеренный при помощи закона Кулона, пропустить через обмотку тангенс–буссоли, измеряя ток I' в ней, пользуясь законом Ампера. При коэффициентах $k_э$, $k_м$ равных 1 мы очевидным образом будем иметь не равный 1 размерный коэффициент k в формуле $I' = k\cdot \delta q/dt$. Здесь и далее величины, измеренные магнитным способом, будут помечаться штрихами, а электростатическим – идти без штриха.

В отличие от прибора Ома изобретённая в 1837 г. Клодом Пулье и усовершенствованная в качестве гальванометра в 1840 г. Вильгельмом Вебером **тангенс–буссоль** позволяла измерять токи абсолютным образом, в строгом соответствии с законом Ампера. Чувствительным элементом прибора служила небольшая магнитная стрелка, подвешенная на мягкой нити в центре тонкой кольцевой обмотки из N витков с радиусом $R_в$, которая располагалась в вертикальной плоскости магнитного меридиана. (Для бóльшей однородности поля Вебер использовал пару параллельных обмоток). Так что находившаяся под влиянием магнитного поля Земли стрелка оказывалась перпендикулярной к оси обмотки. При появлении в обмотке тока I' уже его магнитное поле H поворачивало стрелку к оси обмотки на такой угол α, что $\mathrm{tg}(\alpha) = H/H_г$, где $H_г$ – горизонтальная составляющая геомагнитного поля.

Согласно закону Био – Савара напряжённость поля тока в кольцевой обмотке по месту нахождения стрелки в системе СГСМ выражается в виде $H = 2\pi NI'/R_в$ (см. п.1 Работы 39 в [7]). Отсюда ток представляется формулой

$$I' = \frac{R_в H_г}{2\pi N}\,\mathrm{tg}(\alpha)\,, \tag{5}$$

которая связывает его с величиной $H_г$. Ясно, что тангенс–буссоль превратится в абсолютный гальванометр только после того, как в абсолютных единицах будет измеряться напряжённость внешнего поля $H_г$.

Определение величины $H_г$, обычно искажаемой в лабораторных условиях, в абсолютных единицах представляет собой отдельную задачу, которая была решена Гауссом. Он предложил соизмерять (посредством магнитной стрелки) внешнее поле с полем магнитного диполя от продольно намагниченного стерженька, который подвешивался горизонтально за середину (или бифилярно) на очень мягкой нити. Способ Гаусса описан в §63 учебника [6], а его техническая реализация – в п.2 Работы 39 практикума [7]. Надо полагать, что тесно сотрудничавший с Гауссом [5, 9] Вебер и применял данный способ для измерения тока в опыте с Кольраушем в абсолютных магнитных единицах.

Обратимся теперь **к измерению первоначального заряда** q_0 Лейденской банки также в абсолютных, но уже электростатических единицах. Поскольку предварительно разряженная банка получала заряд от большого покрытого станиолем шара, величину q_0 можно было найти по разности заряда шара q_1 до его контакта с одной из обкладок банки и оставшегося на нём заряда q_2 после контакта.

Величины q_1 и q_2 определялись посредством отдельных контактов большого шара с маленьким шариком, который принимал на себя часть (δq_1 и δq_2) заряда большого шара. Поскольку при контакте металлических шаров их потенциал выравнивался, а ёмкости шаров в системе СГСЭ равны их радиусам R и r, искомые величины могли быть найдены из соотношений

$$\frac{q_1}{R} = \frac{\delta q_1}{r}, \qquad \frac{q_2 - \delta q_2}{R} = \frac{\delta q_2}{r}.$$

Их различие обусловлено тем, что заряд q_1 большого шара был оставшимся после его контакта с маленьким, а заряд q_2 – полным зарядом большого шара перед его контактом с маленьким.

Заряды δq_1 и δq_2 маленького шарика измерялись на крутильных весах, предварительно поделив их пополам между заряженным шариком и таким же точно, висевшим на коромысле весов. Кулоновская сила отталкивания между ними определялась по закручиванию нити подвески коромысла.

Чтобы сократить время серийных опытов с данной Лейденской банкой и большим шаром, Вебер и Кольрауш в начальном опыте находили ёмкость банки C из соотношения

$$\frac{q_1 - q_2}{C} = \frac{q_2}{R},$$

а в последующих опытах измеряли только заряд шара q_2, вычисляя искомую величину по формуле $q_0 = q_2 C/R$.

Наконец **обратимся к главному вопросу**. Каким образом у Вебера и Кольрауша соотносились измерявшиеся величины: ток I' и заряд q_0, чтобы по уравнению $I' = k\cdot \delta q/dt$

определилась постоянная k? Вразумительного ответа на данный вопрос автор в доступной ему литературе не нашёл.

Так, постановка задачи, представленная формулировкой исследователей в переводе с немецкого на стр. 81, 82 в [5], вызывает недоумение, поскольку в ней не прослеживается связь между током в обмотке тангенс–буссоли и зарядом на бесконечно малых шариках, а о заряде Лейденской банки, вообще, не упоминается.

В другом источнике (стр. 80 в [9]) схема опыта изложена более определённо. “Лейденская банка заряжалась определённым количеством электричества и разряжалась через тангенс–гальванометр в течение ***определённого промежутка времени***. По углу отклонения магнитной стрелки гальванометра можно было определить силу тока в так называемых «магнитных единицах». А, разделив заряд банки на время, измерить ее же в «механических единицах»”. Однако о каком определённом времени идёт речь, в статье [9] не сказано. А, учитывая изменение силы тока в процессе разряда банки, неясно, в какой момент времени эту силу следует брать.

Разберёмся же в данном вопросе, пользуясь решением задачи о разряде конденсатора (банки) через резистор, который представляет проволочная обмотка тангенс–буссоли, пренебрегая пока её индуктивностью. По выкладкам из §48 в учебнике [6], произведённым в одной системе единиц (СГСЭ), заряд банки q должен убывать по закону $q = q_0 \cdot \exp(-t/\tau)$, где $\tau = RC$, а R – (здесь) сопротивление обмотки, C – ёмкость банки. Отсюда, выражая элементарный заряд δq через убыль заряда банки ($\delta q = -dq$) за то же время dt и учитывая измерение тока I' в системе СГСМ, получаем

$$I' = I'_0 \exp(-t/\tau), \text{ где } I'_0 = k \cdot q_0/\tau.$$

Последнее равенство является ключом к разгадке неопределённости с «определённым временем». Оказывается, что это характерное время процесса τ, которое исследователи должны были определить, снимая зависимость от времени t угла α отклонения магнитной стрелки тангенс–буссоли от магнитного меридиана. По выявленной зависимости $\alpha(t)$ они должны были с помощью формулы (5) получить функцию $I'(t)$ и, убедившись в её экспоненциальном характере, вычислить величину τ. Тогда уже и могла определиться постоянная k по формуле

$$k = I'_0 \cdot \tau/q_0, \tag{6}$$

куда следовало подставлять значение тока I'_0 в начале процесса, сразу после замыкания цепи.

Очевидно, что обладающая небольшой инерцией стрелка отреагирует на замыкание цепи не мгновенно, как следует из простейшей модели процесса. Но кроме механической инерции тангенс–гальванометр будет обладать заметной электрической инерцией, обусловленной индуктивностью L его обмотки. Характерное время τ_L выхода на постоянное значение тока при её подключении к источнику постоянной э.д.с. (согласно п.4 §68 в [6]) даётся формулой $\tau_L = L/R$. Следовательно, величина I'_0 должна была сниматься на максимальном значении тока I' не ранее времени $3.5\cdot\tau_L$ (погрешность 3%) от момента замыкания Лейденской банки на обмотку прибора при обязательном условии $\tau_L << \tau$. (См. решение задачи 11.3 о разрядке конденсатора в C-L-R контуре в апериодическом режиме в пособии [3]).

Насколько хорошо выполнялось заявленное условие в опытах Вебера и Кольрауша неизвестно. Однако принципиальная возможность выхода на него у исследователей имелась. Действительно, пользуясь приближёнными оценками для сопротивления R обмотки гальванометра и её индуктивности L:

$R \sim R_в N/d^2$, $L \sim R_в \eta(R_в) N^2$, $\eta(R_в) = \ln(16R_в/d) - 7/4$, (см. задачу 10.7 из [3]),

с тем же приближением имеем $\tau \sim R_в NC/d^2$, $\tau_L \sim \eta(R_в)N$, откуда становится ясно, что за счёт увеличения радиуса витков $R_в$ обмотки при их неизменном числе N, а ещё более за счёт уменьшения диаметра её проволоки d, можно выйти на требуемое неравенство $\tau_L << \tau$. За счёт же увеличения числа витков N, которое никак не портило это неравенство, можно было выйти на длительность процесса в несколько десятков секунд, чтобы точнее определить время τ. (Тогда не было даже кинокамеры, чтобы отснять движение стрелки гальванометра в кратковременном процессе, и его показания записывались вручную).

Учитывая небольшие размеры Лейденской банки в опытах Вебера и Кольрауша [5], что имело свои основания, данное рассуждение объясняет, почему мультипликатор (обмотка) их прибора имел много (5635) витков, но, по-видимому, не очень тонкого провода. А потому критерий $\tau_L << \tau$ в опытах выполнялся недостаточно строго. Ток I' не достигал требуемого значения I'_0, и вычисляемая по формуле (6) постоянная k, оказалась заниженной, но всего лишь на несколько процентов.

6. Заключительная часть

Разрешим теперь «коллизию» законов электричества и магнетизма (как в механике), отдав приоритет в определении единицы измерения заряда закону Кулона (3) с коэффициентом $k_э = 1$ и согласуя с ней единицу измерения тока по уравнению $I = \delta q/dt$. Тогда, заменяя в законе Ампера $F = 2I'_1 I'_2\, l/b$ измеряемые в магнитных единицах токи $I' = k\cdot I$, получим его в современном виде

$$F = \frac{2I_1 I_2 l}{c^2 b}, \tag{7}$$

где имеющая размерность скорости постоянная $c = 1/k$. Её следовало бы назвать постоянной Вебера, однако такое наименование получила другая константа, и постоянную c стали называть просто «электродинамической». Она имеет фундаментальное значение и определяет скорость передачи электромагнитных воздействий. Согласно [5] по итогам опытов Вебера и Кольрауша получалось c = 310740 *км/с*, что на 3.6% выше табличного значения скорости света 299800 *км/с*, найденного оптически. Магнитная единица заряда оказалась более крупной, чем электростатическая: *СГСМ-ед. заряда* = $c\cdot$ *СГСЭ-ед. заряда*.

Нельзя не восхищаться замыслом и подвигом исследователей, решивших труднейшую научно-техническую задачу с далеко идущими последствиями для развития физической науки, которые описаны в книге [5]. Понятно, что они не могли не заметить близости электродинамической постоянной к скорости света, тогда уже измеренной с хорошей точностью в оптических опытах Физо и Фуко. Однако Вебер был сторонником теории дальнодействия и опирался в теоретических вопросах на своё, давно не актуальное уравнение, описывающее взаимодействие движущихся зарядов [9].

Идеи же Фарадея об электромагнитном поле к тому времени ещё не облеклись в строгие уравнения Максвелла, который высоко оценил опыты Вебера и Кольрауша. Придавая важнейшее значение электродинамической постоянной, как скорости распространения электромагнитных волн, он поставил собственный эксперимент по её измерению, но совсем другим методом. Однако ему не удалось измерить её с хорошей точностью, и его опыты, подробно описанные в книгах [4] и [5], мы обсуждать не будем.

Отдельное замечание касается большой трудности нахождения величины c, которую невозможно рассчитать теоретически. И утверждение Д. В. Сивухина о том, что, измерив F, можно по формуле (7) вычислить значение электродинамической постоянной (см. п.1 в §51 из [6]), не отвечает сложности задачи. Для её решения надо ещё суметь измерить токи I_1, I_2 в системе СГСЭ, о чём в книге [6] ничего не сказано.

Литература

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. В 5 т. Т. I. Механика (М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2005).
2. *Савельев И.В.* Курс общей физики: учебное пособие для вуза: в 5 т. Т. 1. Механика (Санкт-Петербург: Лань, 2021).
3. *Физические задачи для математиков: учебно-методическое пособие* / В.А. Митрофанов; Яросл. гос. ун-т им. П.Г. Демидова (Ярославль, ЯрГУ, 2023).
4. *Липсон Г.* Великие эксперименты в физике (М.: Мир, 1972).
5. *Филонович С.Р.* Самая большая скорость. // Библиотечка Квант. Выпуск 27 (М.: Наука, 1983).
6. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. В 5 т. Т. III. Электричество (М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2004).
7. *Гольдин Л.Л. и др.* Руководство к лабораторным занятиям по физике (Под ред. Л.Л. Гольдина) изд. 2-е перераб. (М.: Наука, 1973).
8. *Голин Г.М., Филонович С.Р.* Классики физической науки (с древнейших времён до начала XX в.): Справ. пособие (М.: Высш. шк., 1989).
9. *Булюбаш Б.В.* Открытия и предчувствия физика Вильгельма Вебера. // Природа. – 2017. – № 10. – С. 74–83.

From the Dimensions of Physical Quantities to the Fundamental Constants

V. A. Mitrofanov

P.G. Demidov Yaroslavl State University
E-mail: v.mitrofanov@uniyar.ac.ru

Received November 26, 2025 PACS 01.65.+g, 06.20.Jr

The general issues of metrology in relation to mechanics and electromagnetism are considered. A retrospective analysis of the formulation of a number of key experiments is performed. Their physical content and significance for fundamental science are revealed.

Keywords: dimensions and units of measurement, laws of mechanics and electromagnetism, fundamental measurement methods, measuring instruments, key experiments.

References

1. *Sivukhin D.V.* General course of physics. In 5 vols. Vol. I. Mechanics (Moscow: Fizmatlit; MIPT Publishing House, 2005).
2. *Savelyev I.V.* Course of general physics: a textbook for a university: in 5 vols. Vol. 1. Mechanics (Saint Petersburg: Lan, 2021).
3. *Physical problems for mathematicians: an educational and methodical manual* / V.A. Mitrofanov; Yaroslavl State University named after P.G. Demidov (Yaroslavl, YarGU, 2023).
4. *Lipson G.* Great experiments in physics (Moscow: Mir, 1972).
5. *Filonovich S.R.* The greatest speed. // The Quantum Library. Issue 27 (Moscow: Nauka, 1983).
6. *Sivukhin D.V.* General course of physics. In 5 vols. Vol. III. Electricity (Moscow: Fizmatlit; MIPT Publishing House, 2004).
7. *Goldin L.L. et al.* A guide to laboratory classes in physics (Edited by L. L. Goldin) ed. 2nd revision (Moscow: Nauka, 1973).
8. *Golin G.M., Filonovich S.R.* Classics of physical science (from ancient times to the beginning of the XX century): Reference manual (Moscow: Higher School, 1989).
9. *Bulyubash B.V.* Discoveries and premonitions of physicist Wilhelm Weber. // Nature. – 2017. – No.10. – Pp. 74-83.