

УДК 531.32

Лабораторная работа «Экспериментальная проверка основного закона динамики при движении тела в вязкой среде»

Владимир Васильевич Измайлов, Марина Вячеславовна Новоселова

Тверской государственный технический университет, кафедра прикладной физики
170026 Россия, г. Тверь, наб. Аф. Никитина, 22; e-mail: iz2v2@mail.ru

Приведено описание лабораторной работы «Экспериментальная проверка основного закона динамики при движении тела в вязкой среде», используемой в учебной лаборатории «Механика» кафедры прикладной физики ТвГТУ. Теоретическая часть работы содержит пример решения дифференциального уравнения движения металлического шарика в вязкой среде под действием силы тяжести, силы Архимеда и силы сопротивления, зависящей от скорости. Показано влияние начальных условий на характер движения тела. В качестве способа проверки выполнения второго закона Ньютона используется графический способ подтверждения прямой пропорциональности расстояния, пройденного шариком, и времени движения в предельном случае, когда скорость шарика становится практически постоянной.

Ключевые слова: физика, лабораторная работа, второй закон Ньютона, вязкая среда, дифференциальное уравнение движения, начальные условия.

DOI: 10.54965/1609-3143-2025-31-4-87-96

Введение

Физика – фундаментальная база теоретической подготовки технического специалиста. Изучение основных физических явлений, овладение законами физики способствуют формированию у будущих специалистов умения выделять физическое содержание в прикладных задачах и навыков практического применения этих законов.

Одним из основных физических законов является второй закон Ньютона

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}), \quad (1)$$

где \vec{p} – импульс материальной точки; $\vec{F}(\vec{r}, \vec{v})$ – действующая на нее сила, зависящая в общем случае от координат и скорости точки. Причем, как подчеркивают авторы известных курсов физики [1, 2], конкретное содержание уравнение (1) получает только после определения функции $\vec{F}(\vec{r}, \vec{v})$. В нерелятивистском варианте при постоянной массе m материальной точки уравнение (1) приобретает вид

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}). \quad (2)$$

Таким образом, основной закон динамики материальной точки (второй закон Ньютона) представляет собой дифференциальное уравнение, решение которого при заданных начальных условиях позволяет полностью описать движение точки [1, 2].

Многие лабораторные практикумы включают в себя лабораторные работы, посвященные изучению второго закона Ньютона как основного закона динамики, в том числе его проверку (см., например, [3, 4]). Обычно при этом на движущиеся тела действуют постоянные силы (сила тяжести, сила сухого трения), что по сути исключает необходимость решения дифференциального уравнения (2). Вместе с тем в разделе «Механика» многих лабораторных практикумов присутствует лабораторная работа по определению коэффициента вязкости жидкости методом Стокса, в которой используется основной закон динамики для материальной точки, движущейся под действием нескольких сил, одна из которых – сила внутреннего трения – зависит от скорости. Но поскольку цель работы в определении коэффициента вязкости жидкости, в описании приводится лишь качественное словесное обоснование того, что по мере движения тела в жидкости его ускорение стремится к нулю и движение становится практически равномерным [5–7].

Вместе с тем метод Стокса дает хорошие методические возможности продемонстрировать студентам, как с помощью второго закона Ньютона решается основная задача динамики материальной точки – по известным силам, действующим на точку и известным начальным условиям описать движения точки в общем случае, т.е. в результате решения дифференциального уравнения (2).

На кафедре прикладной физики Тверского государственного технического университета лабораторный практикум по физике включает лабораторную работу «Экспериментальная проверка основного закона динамики при движении тела в вязкой среде», которая реализует эти возможности. Описание работы приводится ниже.

Цель работы: Экспериментальная проверка выполнения второго закона Ньютона при установившемся движении тела в жидкости.

Приборы и принадлежности: цилиндрический сосуд с жидкостью, набор металлических шариков различного диаметра, микрометр, секундомер, линейка.

Описание установки

Для изучения движения шарика в жидкости используется установка, схематически изображенная на рисунке 1а. Она представляет собой стеклянный цилиндрический сосуд 1 диаметром 38 мм и длиной 115 см, укрепленный на жестком штативе. Сверху сосуда установлен центрирующий конус 2, обеспечивающий движение шарика по оси сосуда. Диаметр сосуда много больше диаметра шариков. Сосуд заполнен жидкостью: это может быть реальная техническая жидкость (например, моторное масло) или модельная жидкость (например, водный раствор глицерина). Первый вариант интересен с практической точки

зрения, второй – с методической, так как меняя концентрацию глицерина легко получить различную вязкость среды.

На поверхности сосуда передвижными метками 3 ограничивается путь $S = H_2 - H_1$, где H_2 и H_1 – показания шкалы линейки 4. Время t прохождения пути S измеряется секундомером. Диаметр шарика измеряется микрометром.

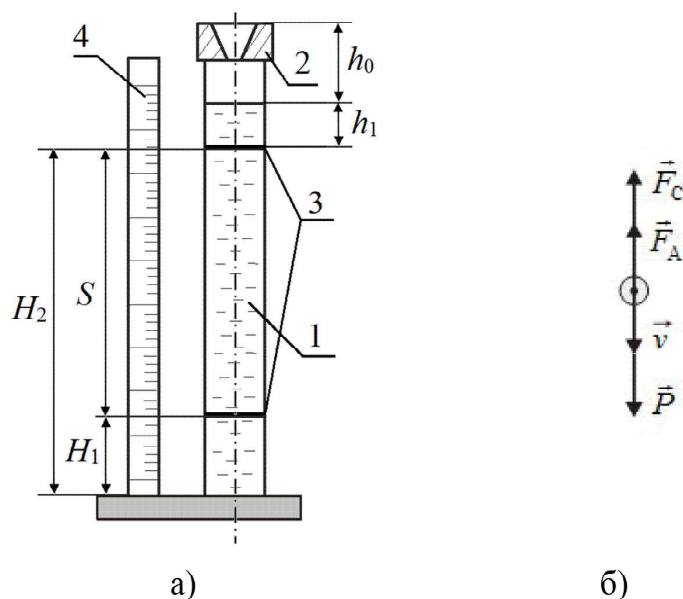


Рисунок 1. а) Схема экспериментальной установки; б) силы, действующие на шарик в жидкости.

Теоретические предпосылки

Рассмотрим движение шарика в жидкости в нашем эксперименте. На рисунке 1б изображены силы, действующие на шарик: сила тяжести P , сила Архимеда F_A и сила внутреннего трения (сила сопротивления движению шарика) F_C .

Согласно второму закону Ньютона, уравнение движения шарика в проекции на направление скорости v имеет вид

$$ma = P - F_A - F_C, \quad (3)$$

где m – масса шарика; a – ускорение шарика.

Сила тяжести и сила Архимеда равны соответственно:

$$P = mg = \rho Vg, \quad F_A = m_{\text{ж}}g = \sigma gV,$$

где g – ускорение свободного падения; ρ – плотность материала шарика; $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – объем шарика; R – радиус шарика; $m_{\text{ж}}$ – масса жидкости в объеме шарика; σ – плотность жидкости.

При малых скоростях движения тела сила сопротивления пропорциональна его скорости:

$$\vec{F}_C = -b\vec{v},$$

где b – коэффициент сопротивления среды; v – скорость тела. Знак «минус» означает, что вектор силы сопротивления направлен противоположно вектору скорости тела. Величина коэффициента сопротивления b зависит от размеров и формы тела и свойств жидкости.

Дж. Г. Стокс установил, что сила сопротивления, действующая на шар радиусом R , движущийся со скоростью v в вязкой среде, определяется по формуле

$$F_C = 6\pi\eta Rv, \quad (4)$$

где η – коэффициент вязкости среды.

С учетом всего вышесказанного, уравнение (3) можно записать в виде

$$m \frac{dv}{dt} = (m - m_{\text{ж}})g - bv$$

или

$$\frac{dv}{dt} = \alpha g - \frac{b}{m}v, \quad (5)$$

где $\alpha = 1 - \frac{m_{\text{ж}}}{m}$.

Уравнение (5) представляет собой простейший вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, которое решается простым интегрированием. Выполняя интегрирование при начальном условии $v = v_0$ при $t = 0$, получаем

$$v = \frac{m}{b}\alpha g - \left(\frac{m}{b}\alpha g - v_0\right)e^{-\frac{b}{m}t}. \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что при $t \rightarrow \infty$ скорость $v \rightarrow v_{\text{уст}} = \frac{m - m_{\text{ж}}}{b}g$, где $v_{\text{уст}}$ – установившаяся скорость тела. Следовательно, уравнение (6) можно записать в виде

$$v = v_{\text{уст}} - (v_{\text{уст}} - v_0)e^{-\frac{b}{m}t}. \quad (7)$$

Изменение скорости при движении шарика в жидкости показано на рисунке 2а, где $\tau = m/b$.

В соответствии с уравнением (7) координата шарика $y(t) = \int v(t)dt$, отсчитанная от поверхности жидкости (глубина погружения), при начальном условии $y(0) = 0$ описывается зависимостью

$$y(t) = v_{\text{уст}}t + \tau(v_{\text{уст}} - v_0)(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1). \quad (8)$$

Уравнение (8) иллюстрируется рисунком 2б.

Из рисунка 2а видно, что если $v_0 > v_{\text{уст}}$, то шарик движется с переменным ускорением $a < 0$, если $v_0 < v_{\text{уст}}$, то $a > 0$, при этом в любом случае $|a| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, а скорость $v \rightarrow v_{\text{уст}}$

и движение становится практически равномерным. Очевидно, что если шарик входит в жидкость с начальной скоростью $v_0 = v_{уст}$, то его движение в жидкости будет равномерным с самого начала. Для этого шарик должен пройти в воздухе расстояние по вертикали $h_0 = \frac{v_{уст}^2}{2g}$ (см. рисунок 1а).

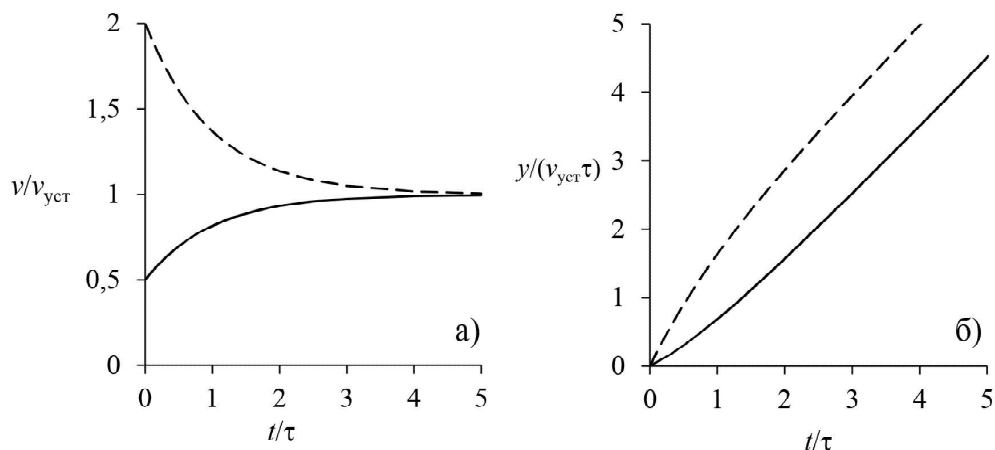


Рисунок 2. а) Изменение скорости шарика при движении в вязкой среде;

б) изменение координаты шарика при движении в вязкой среде.

$$- v_0/v_{уст} = 0,5; \quad - - - v_0/v_{уст} = 2.$$

Для достаточно вязкой жидкости величина установившейся скорости $v_{уст}$ и соответственно расстояние h_0 малы, т.е. шарик должен начать движение практически с поверхности жидкости. Если такое условие недостижимо из-за конструктивных особенностей экспериментальной установки, то шарик какое-то расстояние в жидкости будет двигаться с ускорением (см. рисунок 2а).

Будем считать, что движение шарика в жидкости становится практически равномерным ($a \approx 0$), если его скорость отличается от установившейся на малую величину: $v = v_{уст}(1 \pm \beta)$ (например, $\beta = 0,01$ или $\beta = 0,05$). Из уравнения (6) получаем соответствующий этому условию момент времени:

$$\text{при } v_0 < v_{уст} \quad \frac{t}{\tau} = \ln \left(1 - \frac{v_0}{v_{уст}} \right) - \ln \beta,$$

$$\text{при } v_0 > v_{уст} \quad \frac{t}{\tau} = \ln \left(\frac{v_0}{v_{уст}} - 1 \right) - \ln \beta.$$

Далее из уравнения (8) определяем соответствующее найденному моменту времени значение координаты y . Расстояние h_1 от поверхности жидкости до уровня верхней метки (см. рисунок 1а) должно быть не менее этого значения.

Если принять все сделанные допущения, то при $y \geq h_1$ следует ожидать практически линейной зависимости между расстоянием S , пройденным шариком в вязкой жидкости, и временем t , затраченным на это прохождение:

$$S = v_{\text{уст}} t, \quad (9)$$

где $v_{\text{уст}} = \frac{m - m_{\text{ж}}}{b} g = \frac{2}{9} (\rho - \sigma) \frac{R^2 g}{\eta} = \frac{1}{18} (\rho - \sigma) \frac{D^2 g}{\eta}$. В ходе эксперимента для данной установки величины ρ , σ , η остаются постоянными, тогда как диаметр шариков, если не использовать калиброванные шарики, является случайной величиной. Тогда для установившейся скорости можно записать $v_{\text{уст}} = \text{const} \cdot D^2$, на основании чего уравнение (9) приобретает вид

$$D^2 t = \frac{18\eta}{(\rho - \sigma)g} S. \quad (10)$$

Выделенный в выражении (10) коэффициент $K = \frac{18\eta}{(\rho - \sigma)g}$ является постоянным по величине в данной лабораторной работе, следовательно

$$D^2 t = KS. \quad (11)$$

В соответствии с целью работы наличие пропорциональности $D^2 t \sim S$ подлежит проверке графическим способом – построением по результатам эксперимента графика зависимости параметра $D^2 t$ от величины S . Если график будет иметь вид прямой линии, то, согласно выражениям (9) и (11), это будет подтверждением выполнения второго закона Ньютона при движении шарика в жидкости, так как уравнение (9) является результатом решения исходного дифференциального уравнения (5), выражающего этот закон.

Методика эксперимента

В описываемом варианте лабораторной работы цилиндр 1 заполнен водным раствором глицерина с плотностью $\sigma = 1200 \text{ кг/м}^3$ и динамической вязкостью $\eta \approx 0,11 \text{ Па}\cdot\text{с}$. Металлические шарики диаметром 3–5 мм изготовлены из алюминия с плотностью $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$. Расстояние $h_0 = 10 \text{ см}$, соответственно $v_0 \approx 1,4 \text{ м/с}$. Максимальная установившаяся скорость для шариков с диаметром 5 мм $v_{\text{уст}} = 18 \text{ см/с}$, соответственно расстояние $h_1 \approx 30 \text{ см}$ при величине коэффициента $\beta = 0,05$.

Порядок выполнения работы:

1. Установить верхнюю метку на расстоянии не менее 30 см от уровня жидкости.
2. Установить между метками 3 на поверхности сосуда расстояние $S = 60 \text{ см}$.

Значение S занести в таблицу.

3. Выбрать один из предложенных для эксперимента шариков и с помощью микрометра измерить его диаметр в пяти различных направлениях (шарики неидеальной формы). Полученные значения D_1, D_2, \dots, D_5 занести в таблицу.

4. Опустить шарик в центрирующий конус сосуда и измерить время его прохождения пути S . Полученное значение t занести в таблицу.

5. Повторить пункты 2–4 с другими шариками, устанавливая последовательно расстояние между метками $S = 50, 40, 35, 30$ см.

6. Рассчитать среднее значение D диаметра каждого шарика, полученные значения занести в таблицу.

7. Рассчитать параметр D^2t для каждой строки таблицы.

8. По данным таблицы построить график зависимости параметра D^2t от величины S .

9. Записать вывод о том, подтверждают ли полученные экспериментальные результаты выполнение второго закона Ньютона при движении шарика в жидкости.

Таблица

№	S , м	D_1 , мм	D_2 , мм	D_3 , мм	D_4 , мм	D_5 , мм	D , мм	t , с	D^2t , мм ² с
1									
...									

Пример экспериментально полученной на описываемой лабораторной установке зависимости параметра D^2t от величины S представлен на рис. 3. Как видно из рисунка, между параметрами наблюдается сильная линейная корреляционная зависимость (коэффициент корреляции $R = 0,995$), что подтверждает выполнение второго закона Ньютона для данного вида движения.

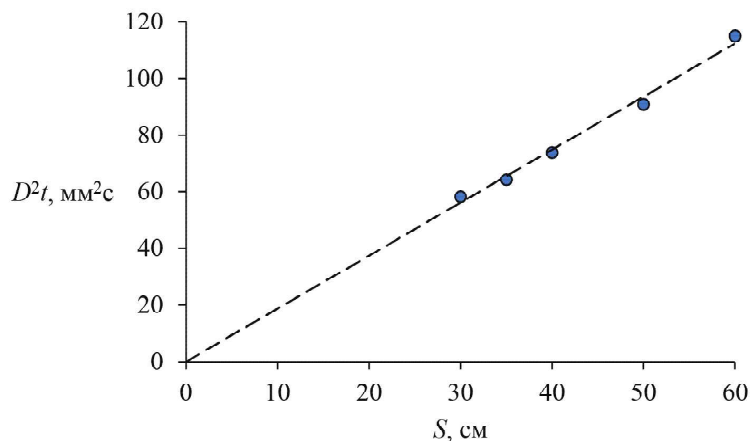


Рисунок 3. Пример экспериментально полученной зависимости параметра D^2t от величины S : точки – экспериментальные значения; пунктир – линейная корреляция.

Заключение

Методика и соответствующие экспериментальные установки, используемые во многих вузовских учебных лабораториях при выполнении лабораторных работ по определению коэффициента вязкости жидкости методом Стокса, открывают хорошие методические возможности по демонстрации студентам того, как на основании второго закона Ньютона, представляющего собой в общем случае дифференциальное уравнение, решается основная задача динамики материальной точки. На этом примере можно наглядно показать и роль начальных условий в характере движения точки. К достоинствам этого примера можно отнести то, что дифференциальное уравнение, выражающее собой основной закон динамики материальной точки применительно к данному движению, является уравнением с разделяющимися переменными, решение которого не требует от студента специальных знаний способов решения дифференциальных уравнений.

Литература

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики: учебное пособие: в 5 томах. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2020. – Том 1: Механика – 2020. – 560 с.
2. *Иродов И.Е.* Механика. Основные законы: учебное пособие. – Москва: Лаборатория знаний, 2021. – 312 с.
3. Лабораторный практикум «Механика»: учебное пособие / под редакцией С.А. Воронова. – Москва: НИЯУ МИФИ, 2019. – 148 с.
4. *Голицына О.М., Занин И.Е.* Лабораторный практикум по курсу общей физики. Механика: учебно-методическое пособие. – Воронеж: ВГУ, 2021. – 92 с.
5. Механика: лабораторный практикум: учебное пособие / Р.Р. Сираев, Н.Ю. Бачева, Т.А. Герцен [и др.]; под редакцией Р.Р. Сираева. – Пермь: ПНИПУ, 2020. – 76 с.
6. Лабораторный практикум «Механика»/ В.А. Безус, Н.В. Горбачева, О.А. Шакалис, Н.Б. Сперанская. – Москва: НИЯУ МИФИ, 2009. – 88 с.
7. *Лантева С.Н., Бармина А.А.* Физика. Механика. Молекулярная физика. Термодинамика. Электродинамика: учебное пособие. – Белгород: БГТУ им. В.Г. Шухова, 2023. – Часть 1. – 2023. – 126 с.

Laboratory work «Experimental Verification of the Basic Law of Dynamics in the Motion of a Body in a Viscous Medium»

Vladimir Vasilyevich Izmailov,
Marina Vyacheslavovna Novoselova

*Tver State Technical University
170026, Tver, Af. Nikitin embankment, 22,
Department of Applied Physics*

Received November 12, 2025

PACS 01.40

The description of the laboratory work «Experimental verification of the basic law of dynamics in the motion of a body in a viscous medium» is given, which is used in the educational laboratory «Mechanics» of the Department of Applied Physics of TvSTU. The theoretical part of the work contains an example of solving the differential equation of motion of a metal ball in a viscous medium under the action of gravity, the Archimedes force and the resistance force depending on the speed. The influence of the initial conditions on the nature of the body's motion is shown. As a method for checking the fulfillment of Newton's second law, a graphical method is used to confirm the direct proportionality of the distance traveled by the ball and the time of motion in the limiting case when the speed of the ball becomes almost constant.

Keywords: physics, laboratory work, Newton's second law, viscous medium, differential equation of motion, initial conditions.

References

1. *Sivukhin, D.V.* General Physics Course: A Textbook in 5 Volumes. – Moscow: FIZMATLIT, 2020. – Volume 1: Mechanics. – 2020. – 560 p.
2. *Irodov, I.E.* Mechanics. Fundamental Laws: A Textbook. – Moscow: Laboratory of Knowledge, 2021. – 312 p.
3. Laboratory Workshop «Mechanics»: A Textbook / edited by S.A. Voronov. – Moscow: National Research Nuclear University MEPhI, 2019. – 148 p.
4. *Golitsyna, O.M., Zanin, I.E.* Laboratory Workshop on General Physics. Mechanics: A Textbook. – Voronezh: VSU, 2021. – 92 p.
5. Mechanics: laboratory practical training: a tutorial / *R.R. Siraev, N.Yu. Bacheva, T.A. Gertsen* [et al.]; edited by R.R. Siraev. – Perm: PNIPU, 2020. – 76 p.

6. Laboratory practical training «Mechanics» / V.A. Bezus, N.V. Gorbacheva, O.A. Shakalis, N.B. Speranskaya.
– Moscow: NRNU MEPhI, 2009. – 88 p.
7. *Lapteva S.N., Barmina A.A.* Physics. Mechanics. Molecular Physics. Thermodynamics. Electrodynamics:
a tutorial. – Belgorod: BSTU named after V.G. Shukhov, 2023. – Part 1. – 2023. – 126 p.