

## Обучение студентов технического вуза моделированию траектории движения заряженной частицы в магнитном поле в среде Mathcad

Инна Михайловна Зенцова, Анна Владимировна Копотева,  
Елизавета Алексеевна Ермакова, Екатерина Константиновна Чуклинова

Березниковский филиал Пермского национального исследовательского  
политехнического университета, г. Березники; e-mail: imzencova@mail.ru

В статье исследуются ключевые аспекты обучения студентов высшей школы моделированию траектории движения заряженной частицы в магнитном поле в среде Mathcad. Для формирования единой естественнонаучной картины мира у студентов высшей школы показаны межпредметные связи между физикой, математикой и информатикой. Анализируются отечественные и зарубежные публикации на предмет использования различных сред и языков программирования при моделировании траектории движения заряженной частицы. Обосновывается необходимость использования среды Mathcad для решения учебных целей преподавателей физики. Рассматривается характер движения заряженных частиц в магнитном поле. Разработан подробный алгоритм создания 2D- и 3D-моделей траектории движения заряженной частицы в магнитном поле, сопровождающийся рисунками. Студенты получают междисциплинарные умения и навыки, которые высоко ценятся современными работодателями.

*Ключевые слова:* обучение студентов, технический вуз, моделирование траектории частицы, движение заряженной частицы, магнитное поле, среда Mathcad.

**DOI:** 10.54965/1609-3143-2025-31-4-58-73

### Введение

Изучение движения заряженной частицы в магнитном поле студентами высших технических учебных заведений определяется несомненной значимостью данной темы в курсе физики.

Задача моделирования движения заряженной частицы в магнитном поле не просто является достаточно сложной сама по себе, ее аналитическое решение предполагает выполнение операций дифференцирования и интегрирования, тождественных преобразований алгебраических выражений и арифметических действий, а также решения уравнений, что может привести к многочисленным ошибкам и, как следствие, неверному решению. Возможность исключения таких ошибок путем автоматизации процесса решения предоставляет среда Mathcad.

Решение задачи моделирования траектории заряженной частицы в среде Mathcad позволит показать межпредметные связи между физикой, математикой и информатикой и будет способствовать формированию единой естественнонаучной картины мира у студентов высших технических учебных заведений.

Проблема моделирования траектории движения заряженной частицы в магнитном поле интересует исследователей с двух сторон:

- 1) разработка уравнений для траектории движения заряженной частицы,
- 2) создание 2D- и 3D-моделей траектории движения заряженной частицы в магнитном поле при помощи различных языков программирования.

В первом направлении интересны работы отечественных ученых: С.В. Маргачева (2023 г.) [1], С.В. Соболева (2023 г.) [2], П.Л. Лекомцева, А.М. Ниязова, М.Л. Шавкунова, А.С. Корепанова (2023 г.) [3], Ф.В. Шапошникова, Л.Ф. Уткиной (2024 г.) [4] и др.

С.В. Маргачев рассматривает движение заряженных частиц в системах со скрещенными магнитными и электрическими полями и предлагает уравнения для определения координаты заряда, благодаря которым имеется возможность определения траектории движения в любой момент времени [1]. С.В. Соболева интересуется процессом движения заряженной частицы в переменном во времени и неоднородном магнитном поле [2].

П.Л. Лекомцев, А.М. Ниязов, М.Л. Шавкунов, А.С. Корепанов получили уравнение для определения скорости движения заряженной сферической частицы [3]. Ф.В. Шапошников, Л.Ф. Уткина в своей работе представили уравнения движения заряженной частицы в однородном и неоднородном магнитном поле [4].

Проблематика первого направления вызывает значительный интерес и у зарубежных ученых: P.K.Soni, B.Kakad, A. Kakad (2021 г.) [5], Zh.Xu, X.Bo, H. Wu (2022 г.) [6], V. Arendt (2023 г.) [7], D.P.M.Filho, N.R.D.S. Souza, J.K.S. Kamassury (2023 г.) [8], D.I.Kudryavtsev, G.Ph. Korytov, V.A. Brazhko (2023 г.) [9], Ya.N. Shaar, J.A. Rizcallah, S.P. Karnilovich (2023 г.) [10] и др.

P.K.Soni, B.Kakad, A. Kakad выявили, что метод Рунге-Кутты шестого порядка подходит для отслеживания полных траекторий как протонов, так и электронов в широком диапазоне энергий [5].

Zh.Xu, X.Bo, H. Wu осуществили моделирование двух заряженных частиц под действием однородного магнитного поля. Также исследователи использовали численное моделирование для изучения угла отталкивания и притяжения частиц на различных начальных расстояниях и одновременно проводили анализ изменения траектории, скорости, крутящего момента и силы магнитных частиц в процессе движения [6].

V. Arendt (2023 г.) рассматривает использование явных методов Рунге-Кутты и базовых симплекс-метода для заряженной частицы в магнитном поле, которые повышают точность расчёта положения частицы и позволяют более точно рассчитывать скорость в пространственно изменяющемся поле [7].

D.P.M.Filho, N.R.D.S. Souza, J.K.S. Kamassury (2023 г.) разработали уравнения движения заряженной классической частицы под воздействием равномерно распределенного в трехмерном пространстве постоянного во времени магнитного поля [8].

D.I.Kudryavtsev, G.Ph. Kopytov, V.A. Brazhko (2023 г.) вывели уравнения движения заряженной частицы в следующей комбинации полей: круговая и линейная поляризации модулированной электромагнитной волны [9].

Ya.N. Shaar, J.A. Rizcallah, S.P. Karnilovich (2023 г.) исследовали движение заряженной частицы в поле плоской электромагнитной волны, распространяющейся перпендикулярно статической скрещенной конфигурации однородных электрического и магнитного полей. Полученные решения релятивистских уравнений движения проанализированы для различных поляризаций электромагнитной волны [10].

Таким образом, исследователи рассматривают уравнения движения заряженной классической и релятивистской частиц под действием однородного и неоднородного магнитного поля.

Во втором направлении являются значимыми исследования А.П. Кудря, Т.П. Ждановой, М.А. Сироты, А.Г. Стибаева (2020 г.) [11], В.С. Голубкова и А.Г. Майорова (2021 г.) [12], С.А. Парфенова (2021 г.) [13], П.В. Пипич (2023 г.) [14], М.Е. Жлоба (2024 г.) [15] и др.

Одним из наиболее востребованных языков программирования для визуализации траекторий движущихся частиц является Python. Например, М.Е. Жлоба рассматривает компьютерное моделирование движения заряженной частицы в магнитном поле в среде PyCharm на языке программирования Python. Автор рассматривает три случая траектории движения частицы, влетающей в магнитное поле: параллельно, перпендикулярно и под углом [15]. Язык программирования Python с использованием библиотек PyQt и Matplotlib был использован С.А. Парфеновым для построения трехмерной модели траектории заряженной частицы с возможностью просмотра проекции траектории на координатные оси [13].

Помимо этого ученые для построения траектории движения заряженной частицы рассматривают применение пакета программ PAMELA, среды MS Excel, Mathcad, Matlab. В.С. Голубков и А.Г. Майоров обращают внимание на пакет программ PAMELA, позволяющий представить траектории некоторых протонов, движущихся в магнитосфере Земли [12]. П.В. Пипич рассматривает задачу о движении иона в поле равномерно заряженной окружности, решаемую при помощи среды Mathcad [14]. А.П. Кудря, Т.П. Жданова, М.А. Сирота, А.Г. Стибаев разработали виртуальный эксперимент по изучению движения заряженных частиц в магнитном поле соленоида. Авторы предлагают изучать данное движение при помощи разработанных ими 2D- и 3D-моделей [11].

Среди международных исследований над вторым направлением следует обратить внимание на работу Y. Fang, Zh.Hou, H. Liu (2024 г.) [16]. Эти ученые с помощью мощных вычислительных и графических функций Matlab составили программу для расчёта траектории заряженных частиц. Затем с помощью Matlab App Designer была создана платформа для моделирования, позволяющая наглядно представить траекторию заряженных частиц в электромагнитном поле [16].

Итак, для построения 2D- и 3D-моделей траектории движения заряженной частицы в магнитном поле чаще всего используется такой язык программирования, как Python, реже встречается применение среды Matlab и Mathcad, пакета программ PAMELA.

Для учебных целей и инженерных расчетов наиболее востребована среда Mathcad, однако анализ научных публикаций отечественных и зарубежных исследователей показал, что авторами в настоящее время изучение движения заряженных частиц в данной среде рассматривается только в работе П.В. Пипич [14].

Актуальность выполнения исследования определяется наличием противоречия между потребностями преподавателей физики высших технических учебных заведений в использовании эффективного инструмента визуализации и расчетов Mathcad для построения траектории движения заряженной частицы в магнитном поле и недостаточной разработкой данного вопроса в научных разработках.

Цель исследования заключается в разработке алгоритма обучения студентов высших технических учебных заведений построению траектории движения заряженной частицы в магнитном поле в среде Mathcad.

Задачи исследования:

1. Охарактеризовать преимущества среды Mathcad для моделирования движения заряженной частицы в магнитном поле.
2. Разработать последовательность действий при моделировании движения заряженной частицы в магнитном поле для обучения студентов высших технических учебных заведений.

Научная новизна заключается в обосновании алгоритма моделирования движения заряженной частицы в магнитном поле в среде Mathcad.

Практическая значимость исследования состоит в разработке алгоритма моделирования движения заряженной частицы в магнитном поле.


## **Методология и результаты**

Исследование опирается на общенаучные методы – анализ и обобщение научно-методической литературы из отечественных и зарубежных источников. Для решения задачи построения траектории заряженной частицы в магнитном поле использованы методы численного интегрирования.

В настоящем исследовании предлагается провести моделирование движения заряженной частицы в магнитном поле в среде Mathcad. Данная среда позволяет встроенными средствами аналитически вычислять первообразные и производные и упрощать полученные выражения, решать уравнения и их системы и выполнять необходимые подстановки и арифметические операции. Еще одним несомненным преимуществом Mathcad является визуальное представление результирующих математических выражений в макси-

мально приближенном к привычному виду для человека. Mathcad – это среда, которая не требует переключения между программами для представления формул и графиков. Выше перечисленные аргументы позволяют обоснованно считать Mathcad одной из лучших сред для решения задачи построения траектории заряженной частицы в магнитном поле.

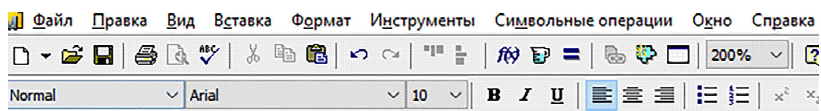
Моделирование движения заряженной частицы в магнитном поле следует начать с определения начальных значений координат и проекций скорости (см. рис. 1):



$$V_0(v_0, \alpha) := \begin{pmatrix} v_0 \cdot \sin(\alpha) \\ 0 \\ v_0 \cdot \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad X_0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Рисунок 1.** Определение начальных значений координат и проекций скорости.

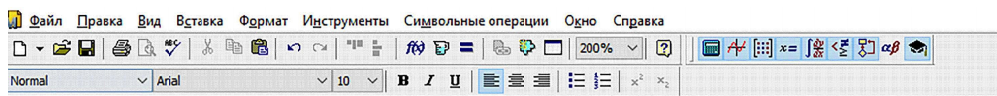
После этого производится расчет векторного произведения скорости и индукции (см. рис. 2):



$$v \times B(v_x, v_y, v_z, B) := \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} B \cdot v_y \\ -B \cdot v_x \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Рисунок 2.** Расчет векторного произведения скорости и индукции.

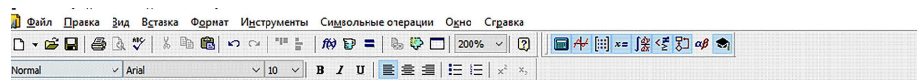
После этого определяется выражение для проекции скорости частицы на ось аппликат, проинтегрировав по времени аппликату векторного произведения скорости и индукции (см. рис. 3):



$$v_z(t, C_{vz}) := \int v \times B(v_x, v_y, v_z, B)_2 dt + C_{vz} \rightarrow C_{vz} \quad v_z(0, C_{vz}) \rightarrow C_{vz}$$

**Рисунок 3.** Расчет проекции скорости частицы на ось аппликат.

Производится расчет постоянной интегрирования из условия в начальный момент времени и определяется выражение для проекции скорости частицы на ось аппликат (см. рис. 4):

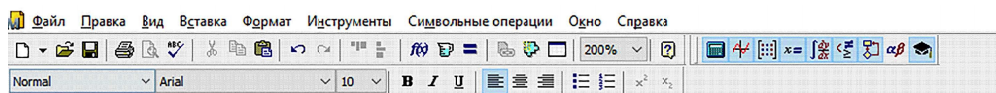


$$\text{Given } v_z(0, C_{vz}) = V_0(v_0, \alpha)_2 \quad C1(v_0, \alpha) := \text{Find}(C_{vz}) \rightarrow v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

$$v_z1(t, v_0, \alpha) := v_z(t, C1(v_0, \alpha)) \rightarrow v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

Рисунок 4. Расчет постоянной интегрирования.

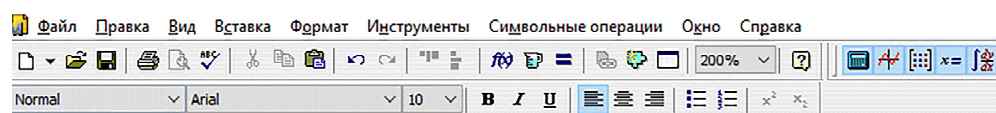
Выводится выражение для аппликаты частицы через интегрирование полученной выше проекции скорости по времени (см. рис. 5):



$$Z(t, v_0, \alpha, C_z) := \int v_z1(t, v_0, \alpha) dt + C_z \rightarrow C_z + t \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

Рисунок 5. Вывод выражения для аппликаты частицы.

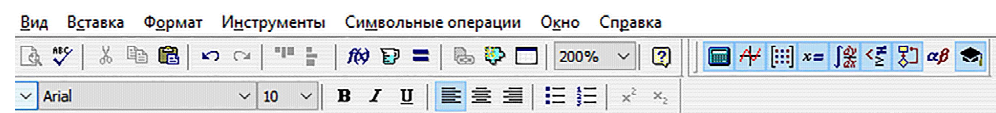
Вычисляется постоянная интегрирования из начального условия: при  $t=0$  аппликата равна 0 (см. рис. 6):



$$\text{Given } Z(0, v_0, \alpha, C_z) = X_0_2 + C2 := \text{Find}(C_z) \rightarrow 0$$

Рисунок 6. Вычисление постоянной интегрирования.

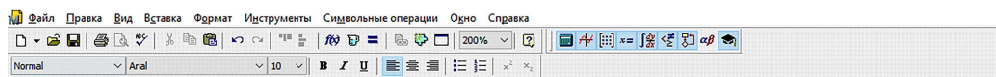
Определяется окончательное выражение для аппликаты траектории частицы (см. рис. 7):



$$z(t, v_0, \alpha) := Z(t, v_0, \alpha, C2) \rightarrow t \cdot v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

Рисунок 7. Выражение для аппликаты траектории частицы.

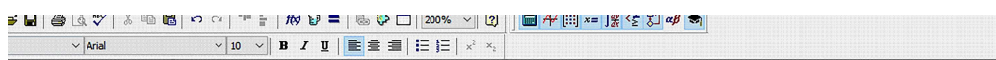
Можно показать, что выражение для проекции скорости частицы на ось абсцисс имеет вид (см. рис. 8):



$$V_x(t, q, B, v_0, m, C_3, C_4) := C_3 \cdot \sin\left(\frac{|q| \cdot B}{m} \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}} \cdot t\right) + C_4 \cdot \cos\left(\frac{|q| \cdot B}{m} \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}} \cdot t\right)$$

**Рисунок 8.** Выражение для проекции скорости частицы на ось абсцисс.

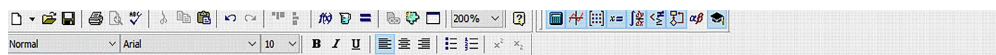
Определяется константа  $C_4$  из начального условия для скорости (см. рис. 9):



$$\text{Given } V_x(0, q, B, v_0, m, C_3, C_4) = V_0(v_0, \alpha) \quad c_4(v_0, \alpha) := \text{Find}(C_4) \rightarrow v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

**Рисунок 9.** Выражение для константы  $C_4$ .

Ищется константа  $C_3$  из условия равенства нулю проекции ускорения на ось абсцисс в начальный момент времени (см. рис. 10):



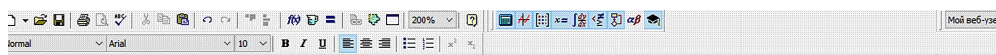
$$dV_x(t, q, B, v_0, m, C_3, C_4) := \frac{d}{dt} V_x(t, q, B, v_0, m, C_3, C_4)$$

$$\text{Given } dV_x(0, q, B, v_0, m, C_3, c_4(v_0, \alpha)) = 0 \quad \text{Find}(C_3) \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{if } C \neq 0 \wedge m \neq 0 \\ \text{undefined} & \text{if } C = 0 \vee m = 0 \end{cases}$$

$$c_3 := 0$$

**Рисунок 10.** Выражение для константы  $C_3$ .

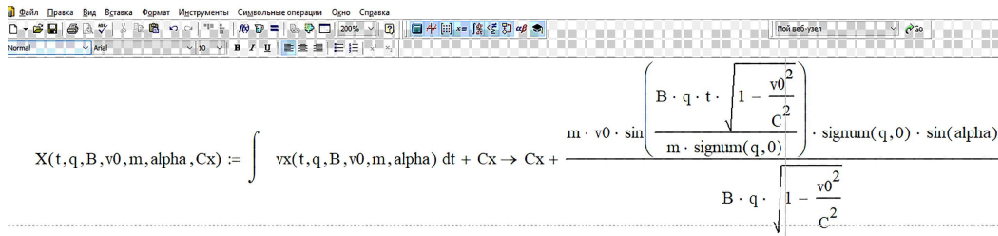
Подстановка полученных констант позволяет определить выражение для проекции скорости на ось абсцисс (см. рис. 11):



$$v_x(t, q, B, v_0, m, \alpha) := V_x(t, q, B, v_0, m, c_3, c_4(v_0, \alpha)) \rightarrow v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos\left(\frac{B \cdot t \cdot |q| \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}}}{m}\right)$$

**Рисунок 11.** Выражение для проекции скорости на ось абсцисс.

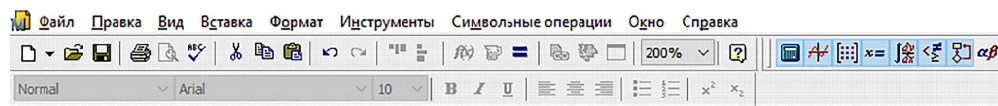
Находится выражение для абсциссы частицы как интеграл по времени от соответствующей проекции скорости (см. рис. 12):



$$X(t, q, B, v_0, m, \alpha, Cx) := \int v_x(t, q, B, v_0, m, \alpha) dt + Cx \rightarrow Cx + \frac{m \cdot v_0 \cdot \sin\left(\frac{B \cdot q \cdot t \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}}}{m \cdot \text{signum}(q, 0)}\right) \cdot \text{signum}(q, 0) \cdot \sin(\alpha)}{B \cdot q \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}}}$$

Рисунок 12. Выражение для абсциссы частицы.

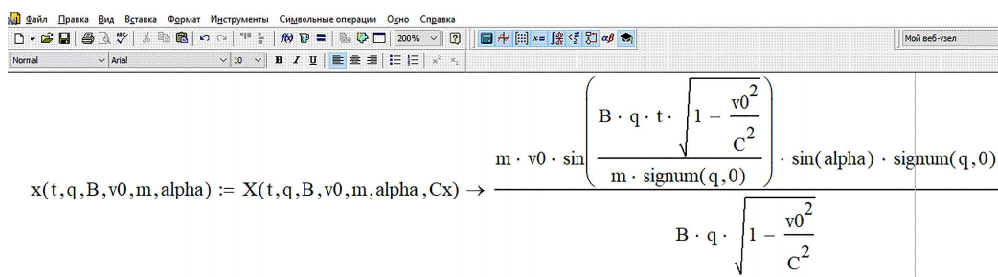
Вычисление постоянной интегрирования из начального условия: в начальный момент времени абсцисса равна 0 (см. рис. 13):



$$\text{Given } X(0, q, B, v_0, m, \alpha, Cx) = X0_0 \quad Cx := \text{Find}(Cx) \rightarrow 0$$

Рисунок 13. Вычисление постоянной интегрирования.

Окончательное выражение для абсциссы траектории частицы принимает вид (см. рис. 14):



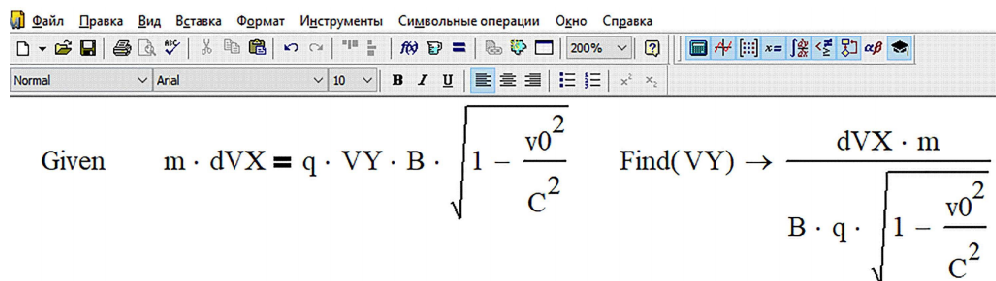
$$x(t, q, B, v_0, m, \alpha) := X(t, q, B, v_0, m, \alpha, Cx) \rightarrow \frac{m \cdot v_0 \cdot \sin\left(\frac{B \cdot q \cdot t \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}}}{m \cdot \text{signum}(q, 0)}\right) \cdot \sin(\alpha) \cdot \text{signum}(q, 0)}{B \cdot q \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}}}$$

Рисунок 14. Окончательное выражение для абсциссы траектории частицы.

Найдем выражение для ординаты траектории частицы. Для этого из уравнения

$$m \frac{dv_x}{dt} = q \cdot v_y \cdot B \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}$$

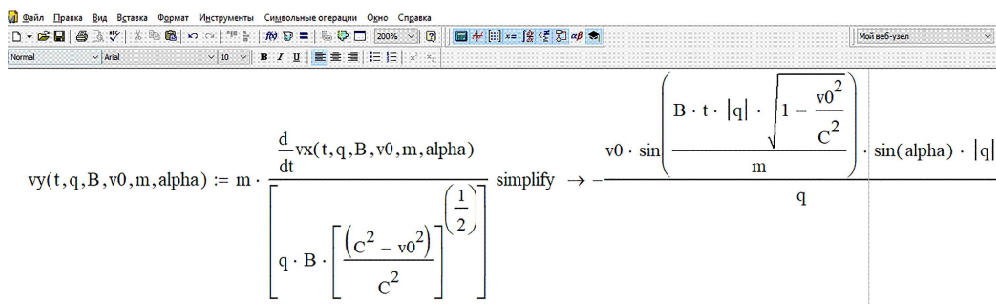
выразим проекцию скорости на ось ординат  $v_y$  (см. рис. 15):



Given  $m \cdot dVX = q \cdot VY \cdot B \cdot \sqrt{1 - \frac{v0^2}{C^2}}$  Find(VY)  $\rightarrow \frac{dVX \cdot m}{B \cdot q \cdot \sqrt{1 - \frac{v0^2}{C^2}}}$

Рисунок 15. Окончательное выражение для абсциссы траектории.

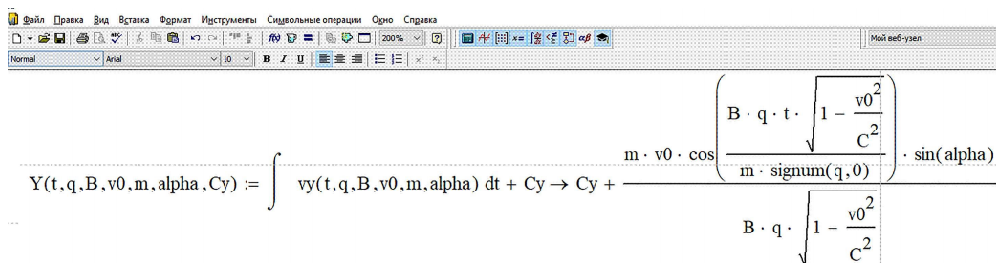
Определение  $vy$  через производную проекции скорости на ось абсцисс (см. рис. 16):



$vy(t, q, B, v0, m, \alpha) := m \cdot \frac{d}{dt} vx(t, q, B, v0, m, \alpha)$  simplify  $\rightarrow \frac{v0 \cdot \sin\left(\frac{B \cdot t \cdot |q| \cdot \sqrt{1 - \frac{v0^2}{C^2}}}{m}\right) \cdot \sin(\alpha) \cdot |q|}{q \cdot B \cdot \left[\frac{(C^2 - v0^2)}{C^2}\right]^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$

Рисунок 16. Расчет  $vy$ .

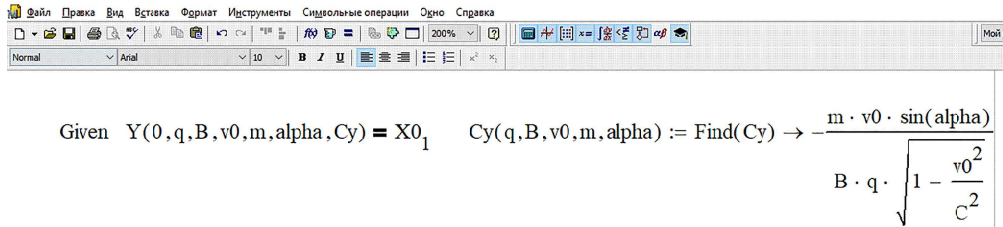
Проинтегрировав по времени, находится выражение для ординаты траектории частицы (см. рис. 17):



$Y(t, q, B, v0, m, \alpha, Cy) := \int vy(t, q, B, v0, m, \alpha) dt + Cy \rightarrow Cy + \frac{m \cdot v0 \cdot \cos\left(\frac{B \cdot q \cdot t \cdot \sqrt{1 - \frac{v0^2}{C^2}}}{m \cdot \text{signum}(q, 0)}\right) \cdot \sin(\alpha)}{B \cdot q \cdot \sqrt{1 - \frac{v0^2}{C^2}}}$

Рисунок 17. Расчет ординаты траектории частицы.

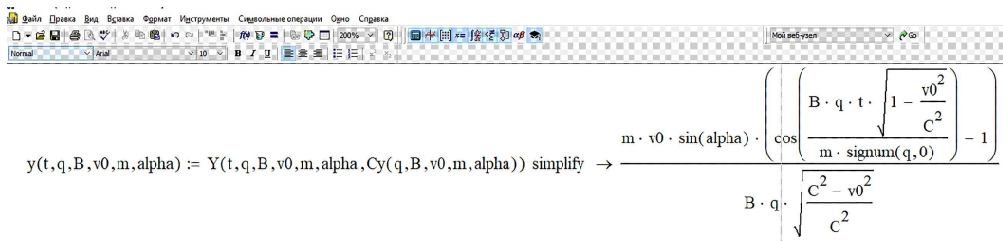
Вычисляется постоянная интегрирования из условия: в начальный момент времени ордината равна 0 (см. рис. 18).



Given  $Y(0, q, B, v_0, m, \alpha, C_y) = X_{01}$      $C_y(q, B, v_0, m, \alpha) := \text{Find}(C_y) \rightarrow -\frac{m \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha)}{B \cdot q \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}}}$

Рисунок 18. Расчет постоянной интегрирования.

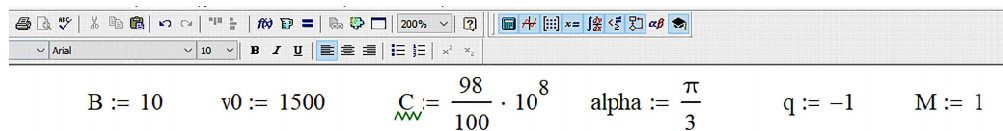
После подстановки выражения для константы  $C_y$  выражение для ординаты траектории частицы примет вид (см. рис. 18):



$y(t, q, B, v_0, m, \alpha) := Y(t, q, B, v_0, m, \alpha, C_y(q, B, v_0, m, \alpha)) \text{ simplify} \rightarrow \frac{m \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \left( \cos\left(\frac{B \cdot q \cdot t \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}}}{m \cdot \text{signum}(q, 0)}\right) - 1 \right)}{B \cdot q \cdot \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{C^2}}}$

Рисунок 19. Выражение для ординаты траектории частицы.

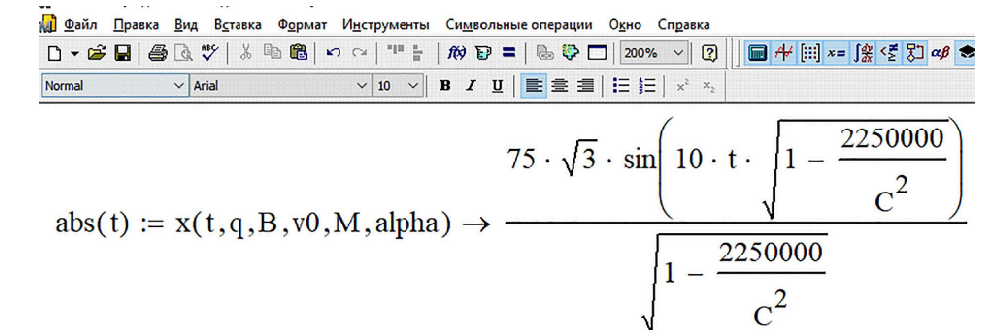
Вводятся произвольные значения параметров задачи (см. рис. 20):



$B := 10$      $v_0 := 1500$      $C := \frac{98}{100} \cdot 10^8$      $\alpha := \frac{\pi}{3}$      $q := -1$      $M := 1$

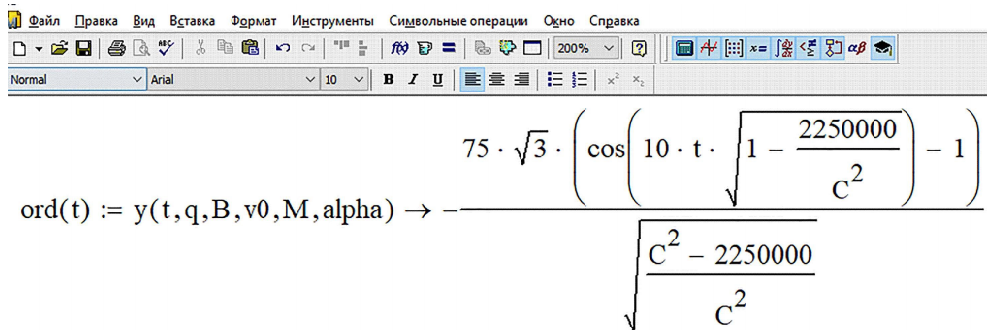
Рисунок 20. Произвольные значения параметров задачи.

Выведем абсциссу (см. рис. 21), ординату (см. рис. 22) и аппликату (см. рис. 23) траектории движения частицы:



$\text{abs}(t) := x(t, q, B, v_0, M, \alpha) \rightarrow \frac{75 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\left(10 \cdot t \cdot \sqrt{1 - \frac{2250000}{C^2}}\right)}{\sqrt{1 - \frac{2250000}{C^2}}}$

Рисунок 21. Абсцисса траектории движения частицы.

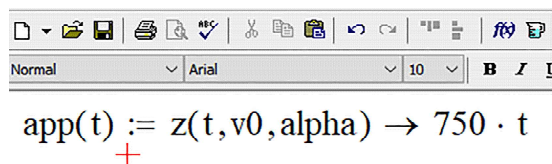


Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Окно Справка

Normal Arial 10 B I U

$$\text{ord}(t) := y(t, q, B, v_0, M, \alpha) \rightarrow \frac{75 \cdot \sqrt{3} \cdot \left( \cos \left( 10 \cdot t \cdot \sqrt{1 - \frac{2250000}{c^2}} \right) - 1 \right)}{\sqrt{\frac{c^2 - 2250000}{c^2}}}$$

Рисунок 22. Ордината траектории движения частицы.



Normal Arial 10 B I U

$$\text{app}(t) := z(t, v_0, \alpha) \rightarrow 750 \cdot t$$

Рисунок 23. Абсцисса траектории движения частицы.

Далее строятся 2D- и 3D-модели траектории движения заряженной частицы в магнитном поле (см. рис. 24):

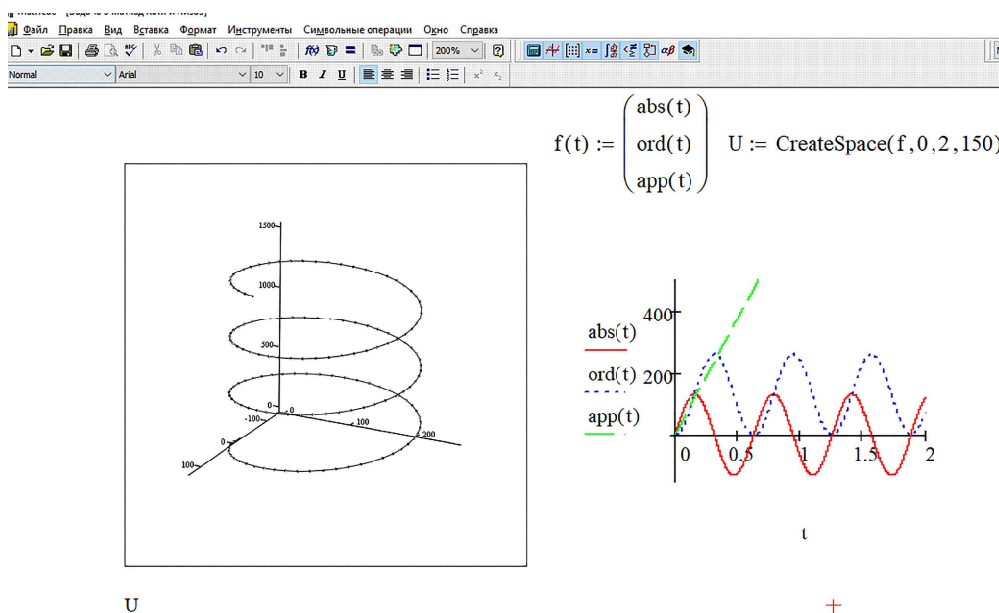


Рисунок 24. 2D- и 3D-модели траектории движения заряженной частицы в магнитном поле.

В качестве примечания следует отметить, что при  $\alpha = \pi/2$  аппликата частицы  $Z(t)=0$  и траектория становится замкнутой окружностью.

## Заключение

Таким образом, в статье разработана последовательность действий при моделировании движения заряженной частицы в магнитном поле для обучения студентов высших технических учебных заведений. Определен алгоритм построения 2D- и 3D-моделей траектории движения заряженной частицы в магнитном поле в среде Mathcad. Предложенные модели могут выступать в качестве вычислительного эксперимента для изучения движения заряженной частицы при изменении различных параметров. Представленный алгоритм создания 2D- и 3D-моделей траектории движения заряженной частицы в магнитном поле может стать основой для дальнейших разработок преподавателей высшей школы в области профессионального обучения.

## Литература

1. *Маргачев С.В.* Методы анализа и математическое моделирование траекторий заряженных частиц в системах со скрещенными магнитными и электрическими полями // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. – 2023. – № 1. – С. 34-39. DOI: 10.24412/2541-9269-2023-1-34-39.
2. *Соболев С.В.* К вопросу об изучении движения заряженной частицы в магнитном поле // Физика в школе. – 2023. – № 1. – С. 30-34. DOI: 10.47639/0130-5522\_2023\_1\_30.
3. *Лекомцев П.Л., Ниязов А.М., Шавкунов М.Л., Корепанов А.С.* Движение заряженной частицы в электромагнитном поле // Сельский механизатор. – 2023. – № 8. – С. 22-23. DOI: 10.47336/0131-7393-2023-8-22-23.
4. *Шапошников Ф.В., Уткина Л.Ф.* Безызлучательное движение заряженной частицы в магнитном поле // Новые технологии. Наука, техника, педагогика = New Technologies. Science, Engineering, Pedagogics : Материалы Всероссийской научно-практической конференции = Proceedings of the All-Russian scientific-practical conference, Москва, 19–26 февраля 2024 года. – Москва: Московский Политех, 2024. – С. 365-368.
5. *Soni P.K., Kakad B., Kakad A.* Simulation study of motion of charged particles trapped in Earth's magnetosphere // Advances in Space Research. – 2021. – Vol. 67. – Iss. 2. – P. 749-761. DOI: 10.1016/j.asr.2020.10.020.
6. *Xu Zh., Bo X., Wu H. [et al.]* Numerical simulation of contact and separation of magnetic particles under uniform magnetic field // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2022. – Vol. 55, No. 8. – P. 085001. DOI: 10.1088/1361-6463/ac353a.

7. *Arendt V.* Numerical methods, energy conservation, and a new method for particle motion in magnetic fields // *Mathematics and Computers in Simulation*. – 2023. – Vol. 205. – P. 142-185. DOI: 10.1016/j.matcom.2022.09.015.
8. *Filho D.P.M., Souza N.R.D.S., Kamassury J.K.S. [et al.]* Didactic study on classical dynamics of an electrically charged particle under influence of a constant and uniform magnetic field // *Brazilian Journal of Development*. – 2023. – Vol. 9, No. 6. – P. 19815-19830. DOI: 10.34117/bjdv9n6-073.
9. *Kudryavtsev D.I., Kopytov G.Ph., Brazhko V.A.* Motion of a Charged Particle in the Electromagnetic Field of a Polarization-Modulated Wave in the Presence of a Constant Magnetic Field // *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sciences*. – 2023. – No. 5(110). – P. 73-89. DOI: 10.18698/1812-3368-2023-5-73-89.
10. *Shaar Ya.N., Rizcallah J.A., Karnilovich S.P.* A charged particle driven by an electromagnetic wave in crossed electric and magnetic fields // *Physica Scripta*. – 2023. – Vol. 98, No. 4. – P. 045018. DOI 10.1088/1402-4896/acc2f5.
11. *Кудря А.П., Жданова Т.П., Сирота М.А., Стубаев А.Г.* Моделирование движения заряженных частиц в магнитном поле соленоида // *Физическое образование в ВУЗах*. – 2020. – Т. 26, № 4. – С. 88-96.
12. *Голубков В.С., Майоров А.Г.* Пакет программ для численных расчетов траектории частиц в магнитосфере Земли и его применение для обработки данных эксперимента PAMELA // *Известия Российской академии наук. Серия физическая*. – 2021. – Т. 85, № 4. – С. 512-514. DOI: 10.31857/S0367676521040128.
13. *Парфенов С.А.* О движении заряженной частицы в электромагнитном поле // *Путь в науку: материалы региональной научно-практической конференции, Мурманск, 12–17 апреля 2021 года / отв. ред. А. А. Ляш. Мурманск: Мурманский арктический государственный университет, 2021. – С. 49-51.*
14. *Пунич П.В.* Применение систем компьютерной математики для исследования движения частиц в электрическом, магнитном и гравитационном полях // *Физическое образование в ВУЗах*. – 2023. – Т. 29, № 3. – С. 137-151. DOI: 10.54965/16093143\_2023\_29\_3\_137.
15. *Жлоба М.Е.* Компьютерное моделирование траектории движения заряженной частицы в магнитном поле // XVIII Машеровские чтения: Материалы международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. В 2-х томах, Витебск, 25 октября 2024 года. Витебск: Витебский государственный университет им. П.М. Машерова, 2024. – С. 16-18.
16. *Fang Y., Hou Zh., Liu H.* Simulation of motion of charged particles in inhomogeneous electromagnetic field based on Matlab // *Proc. SPIE 13226, Third International Conference on Advanced Manufacturing Technology and Manufacturing Systems (ICAMTMS 2024), 132263J (5 August 2024)*. DOI: 10.1117/12.3038352.

## **Teaching Students of a Technical University to Simulate the Trajectory of a Charged Particle in a Magnetic Field in the Mathcad Environment**

Inna Mikhailovna Zentsova,

*Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,*

*Docent of the Department of General Scientific Disciplines,*

*Bereznikovsky Branch of Perm National Research Polytechnic University, Berezniki*

Anna Vladimirovna Kopoteva,

*Candidate of Technical Sciences,*

*Docent of the Department of General Scientific Disciplines,*

*Bereznikovsky Branch of Perm National Research Polytechnic University, Berezniki*

Elizaveta Alekseevna Ermakova,

*second-year student of Computer Science and Computer Engineering,*

*Bereznikovsky Branch of Perm National Research Polytechnic University, Berezniki*

Ekaterina Konstantinovna Chuklinova,

*second-year student of Computer Science and Computer Engineering,*

*Bereznikovsky Branch of Perm National Research Polytechnic University, Berezniki*

Received November 12, 2025

PACS 07.05.Tp

The article examines the key aspects of teaching university students to simulate the trajectory of a charged particle in a magnetic field in a Mathcad environment. Interdisciplinary connections between physics, mathematics and computer science are shown for students of higher education to form a unified scientific picture of the world. Domestic and foreign publications on the use of various environments and programming languages in modeling the trajectory of a charged particle are analyzed. The necessity of using the Mathcad environment to solve the educational goals of physics teachers is substantiated. The nature of the motion of charged particles in a magnetic field is considered. A detailed algorithm has been developed for creating 2D and 3D models of the trajectory of a charged particle in a magnetic field, accompanied by drawings. Students will gain interdisciplinary skills that are highly valued by modern employers.

*Keywords:* student education, technical university, particle trajectory modeling, charged particle motion, magnetic field, Mathcad environment.

## References

1. *Morgachev S.V.* Methods of analysis and mathematical modeling of trajectories of charged particles in systems with crossed magnetic and electric fields // *Mathematical modeling, computer and field experiment in natural sciences.* – 2023. – No. 1. – Pp. 34-39. DOI: 10.24412/2541-9269-2023-1-34-39 [In Russian].
2. *Sobolev S.V.* On the question of studying the motion of a charged particle in a magnetic field // *Physics at school.* – 2023. – No. 1. – Pp. 30-34. DOI: 10.47639/0130-5522\_2023\_1\_30 [In Russian].
3. *Lekomtsev P.L., Niyazov A.M., Shavkunov M.L., Korepanov A.S.* Motion of a charged particle in an electromagnetic field // *Rural mechanizer.* – 2023. – № 8. – Pp. 22-23. DOI: 10.47336/0131-7393-2023-8-22-23 [In Russian].
4. *Shaposhnikov F.V., Utkina L.F.* Nonradiative motion of a charged particle in a magnetic field // *New technologies. Science, technology, pedagogy = New Technologies. Science, Engineering, pedagogics : Proceedings of the All-Russian scientific and practical Conference = Proceedings of the All-Russian scientific and practical conference, Moscow, February 19-26, 2024, Moscow: Moskovsky Polytech, 2024.* – Pp. 365-368 [In Russian].
5. *Soni P.K., Kakad B., Kakad A.* Simulation study of motion of charged particles trapped in Earth's magnetosphere // *Advances in Space Research.* – 2021. – Vol. 67, iss. 2. – Pp. 749-761. DOI: 10.1016/j.asr.2020.10.020.
6. *Xu Zh., Bo X., Wu H. [et al.]* Numerical simulation of contact and separation of magnetic particles under uniform magnetic field // *Journal of Physics D: Applied Physics.* – 2022. – Vol. 55, no. 8. – Pp. 085001. DOI: 10.1088/1361-6463/ac353a.
7. *Arendt V.* Numerical methods, energy conservation, and a new method for particle motion in magnetic fields // *Mathematics and Computers in Simulation.* – 2023. – Vol. 205. – Pp. 142-185. DOI: 10.1016/j.matcom.2022.09.015.
8. *Filho D.P. M., Souza N. R. D. S., Kamassury J. K. S. [et al.]* Didactic study on classical dynamics of an electrically charged particle under influence of a constant and uniform magnetic field // *Brazilian Journal of Development.* – 2023. – Vol. 9, no. 6. – Pp. 19815-19830. DOI: 10.34117/bjdv9n6-073.
9. *Kudryavtsev D.I., Kopytov G.Ph., Brazhko V.A.* Motion of a Charged Particle in the Electromagnetic Field of a Polarization-Modulated Wave in the Presence of a Constant Magnetic Field // *Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences.* – 2023. – No. 5(110). – Pp. 73-89. DOI: 10.18698/1812-3368-2023-5-73-89.
10. *Shaar Ya.N., Rizcallah J.A., Karnilovich S.P.* A charged particle driven by an electromagnetic wave in crossed electric and magnetic fields // *Physica Scripta.* – 2023. – Vol. 98, no. 4. – Pp. 045018. DOI: 10.1088/1402-4896/acc2f5.

11. Kudrya A.P., Zhdanova T.P., Sirota M.A., Stibaev A.G. Modeling the motion of charged particles in the magnetic field of a solenoid // Physical education in universities. – 2020. – Vol. 26, № 4. – Pp. 88-96 [In Russian].
12. Golubkov V.S., Mayorov A.G. Software package for numerical calculations of particle trajectories in the Earth's magnetosphere and its application to PAMELA experiment data processing // Proceedings of the Russian Academy of Sciences, The series is physical. – 2021. – Vol. 85, no. 4. – Pp. 512-514. DOI: 10.31857/S0367676521040128 [In Russian].
13. Parfenov S.A. On the motion of a charged particle in an electromagnetic field // Path to science: proceedings of the regional scientific and practical conference, Murmansk, April 12-17, 2021 / Ed. by A. N. A. N. Lyash. Murmansk: Murmansk Arctic State University. – 2021. – Pp. 49-51 [In Russian].
14. Pipich P.V. Application of computer mathematics systems for studying particle motion in electric, magnetic and gravitational fields // Physical education in universities. – 2023. – Vol. 29, no. 3. – Pp. 137-151. DOI: 10.54965/16093143\_2023\_29\_3\_137 [In Russian].
15. Zhloba M.E. Computer modeling of the trajectory of a charged particle in a magnetic field // XVIII Masher Greedy readings: Proceedings of the international scientific and practical conference of students, postgraduates and young scientists. In 2 volumes, Vitebsk, October 25, 2024. Vitebsk: Vitebsk State University named after P.M. Masherov, 2024. – Pp. 16-18 [In Russian].
16. Fang Y., Hou Zh., Liu H. Simulation of motion of charged particles in inhomogeneous electromagnetic field based on Matlab // Proc. SPIE 13226, Third International Conference on Advanced Manufacturing Technology and Manufacturing Systems (ICAMTMS 2024), 132263J (5 August 2024). DOI: 10.1117/12.3038352.